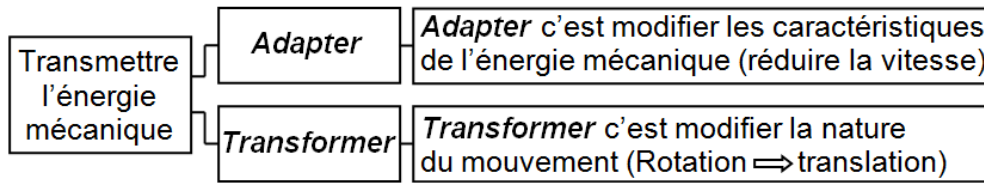
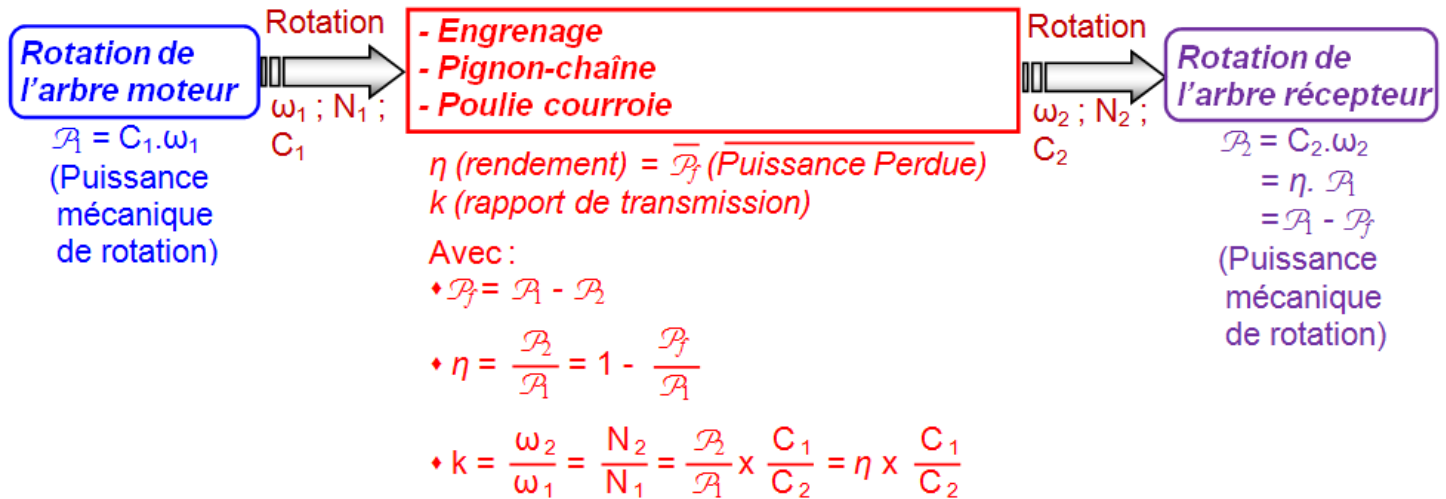


## 1- TRANSMISSION DE PUISSANCE :

Transmettre l'énergie mécanique consiste à : **Adapter** ou **Transformer** l'énergie mécanique.

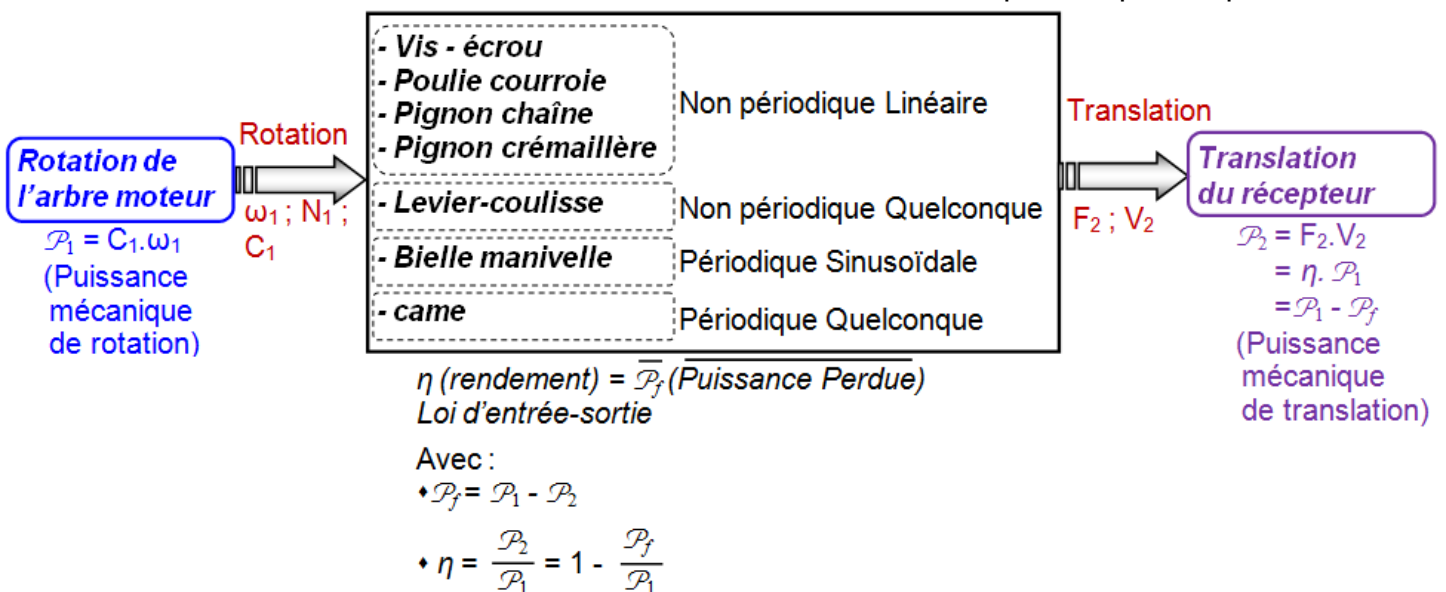


♦ Fonction **Adapter** :



♦ Fonction **Transmettre** :

- ↳ **Remarque** : - Les éléments moteurs utilisent le plus souvent le mouvement de rotation.
- Aussi la transformation **rotation**  $\Leftrightarrow$  **translation** est plus fréquente que l'inverse.



### 1.1- Généralité sur les engrenages :

#### a- Définition :

Un engrenage est un mécanisme composé de deux roues dentées. L'une des roues entraîne l'autre par l'action des dents qui sont successivement en contact. La roue qui a le plus petit nombre de dents est appelée pignon. Une combinaison d'engrenages est appelée train d'engrenages.

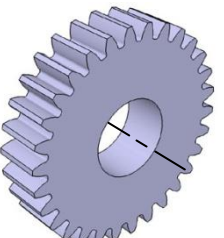
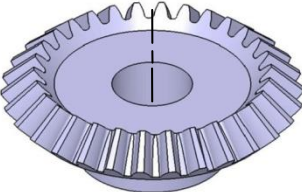
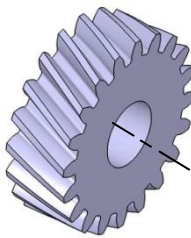


#### b- Fonction :

Transmettre par obstacle un mouvement de rotation continu entre deux arbres rapprochés, avec modification de la vitesse.


#### ↳ Remarque :

- ♦ Dans le cas particulier, il y a transformation mouvement par les engrenages  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Rotation} \Leftrightarrow \text{Translation} \\ \text{Translation} \Leftrightarrow \text{Rotation} \end{array} \right.$

## c- Types de roue et de denture :

<p>Roue cylindrique à denture droite</p> 	<p>Roue conique à denture droite</p> 	<p>Roue cylindrique à denture hélicoïdale</p> 	<p>Vis sans fin à 1 filet</p> 	<p>Vis sans fin à 7 filets</p> 
--	--	---	---	--

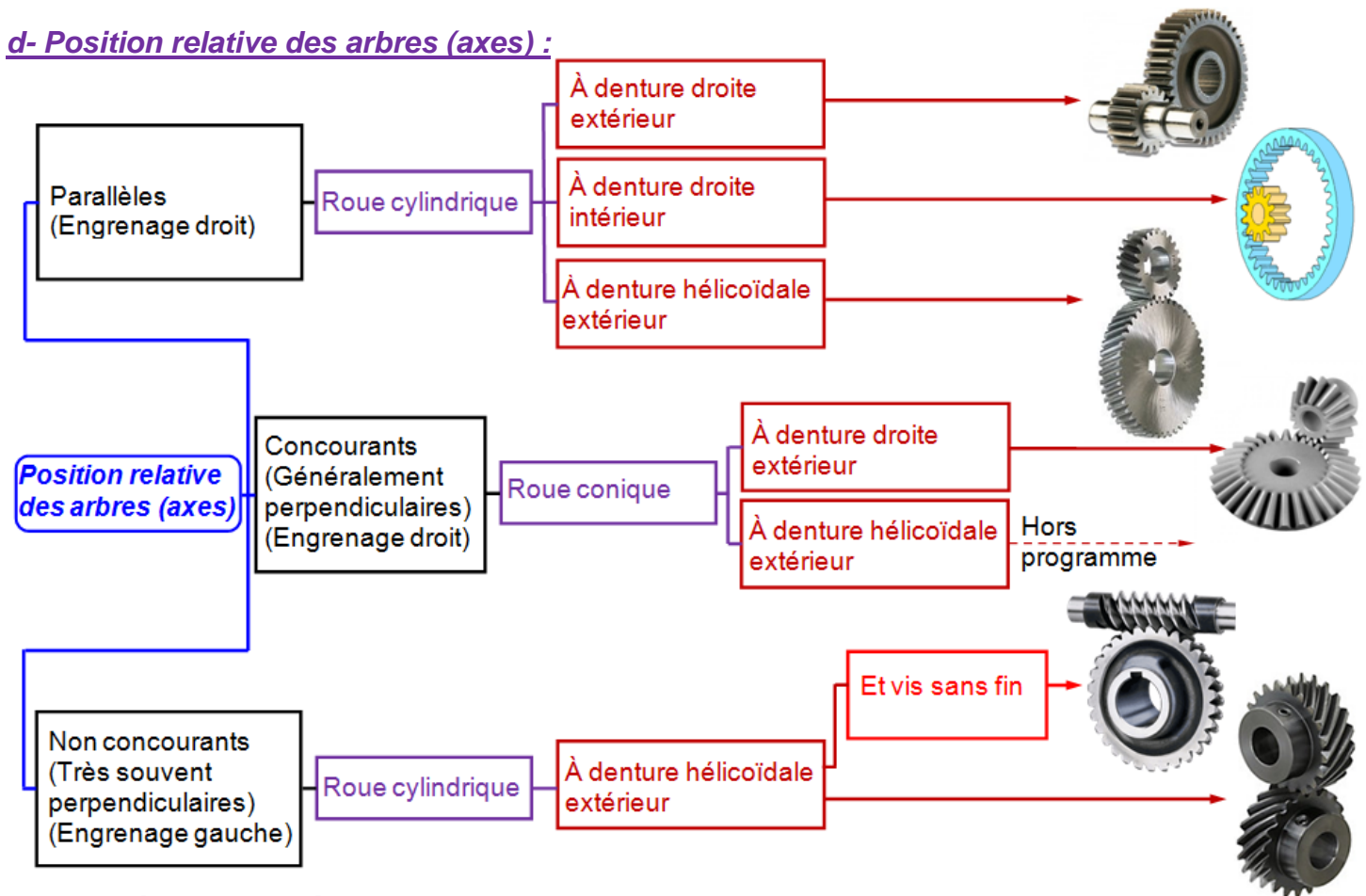
Crémaillère (Roue à un rayon infini)



**Nota :**

- Denture droite ⇒ Denture parallèle à l'axe de rotation
- Denture hélicoïdale ⇒ Denture inclinée par rapport à l'axe
- Engrenage droit ⇒ les axes se trouvent dans le même plan
- Engrenage gauche ⇒ les axes se trouvent dans des plans différents
- Entraxe ⇒ distance entre les axes de rotation des deux roues

## d- Position relative des arbres (axes) :

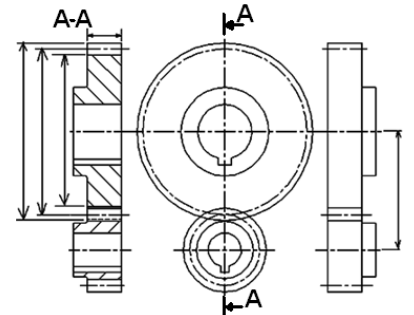
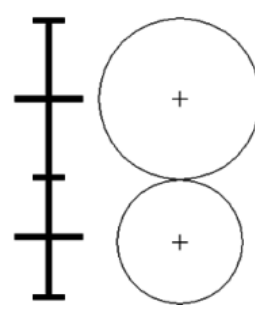
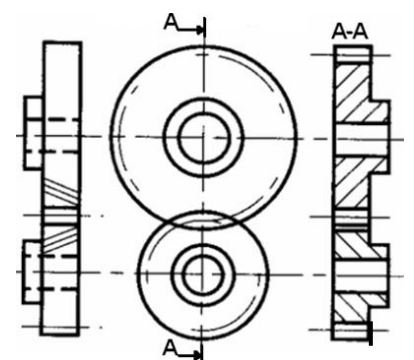
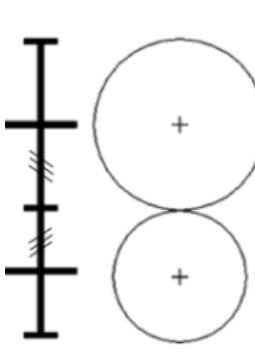
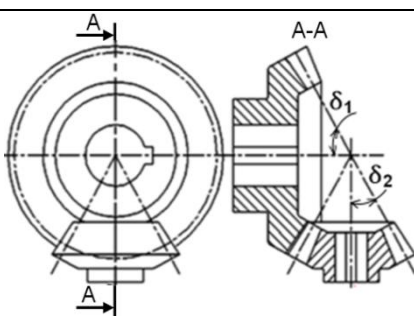
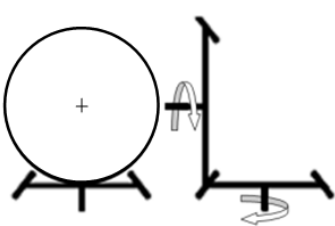
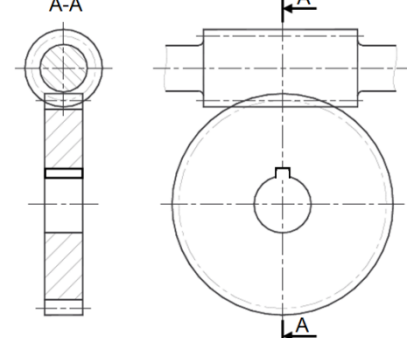
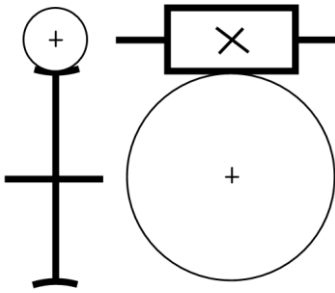
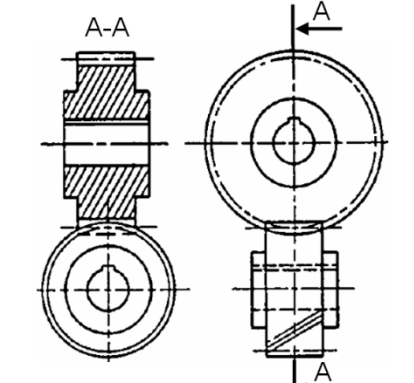
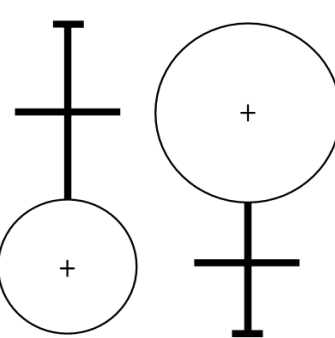


## e- Paramètres caractéristiques des engrenages :

- ♦ Le diamètre primitif " d " d'une roue ;
- ♦ Le nombre de dents " Z " d'une roue ;
- ♦ Le module " m " (caractérise la dimension de la denture).

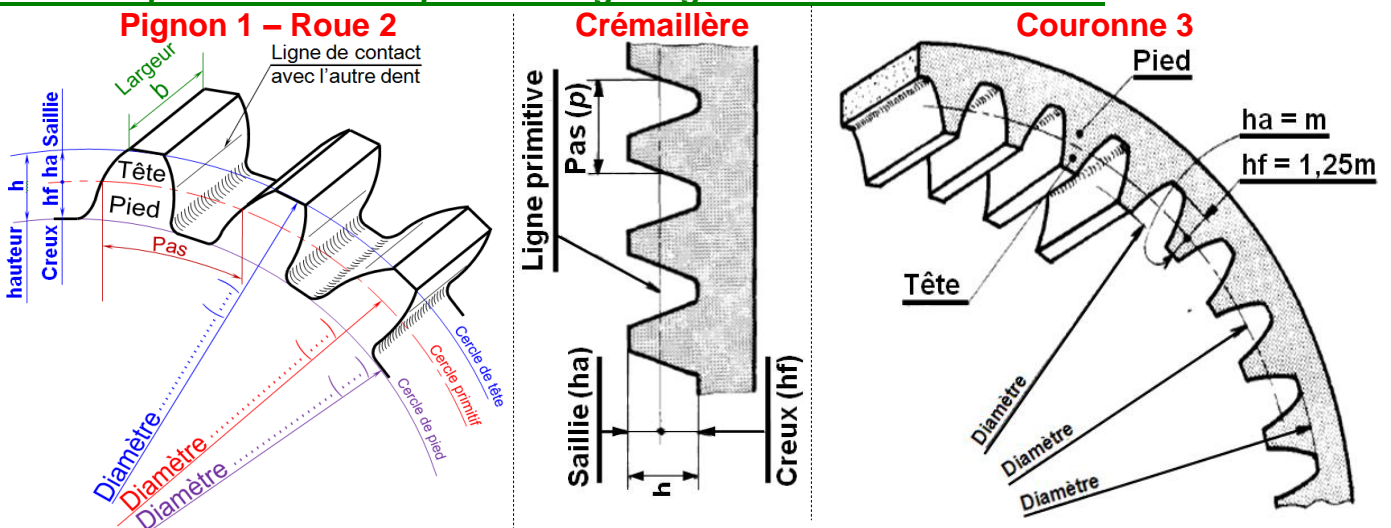
$$d = m \cdot Z$$

### f- Représentation normalisée des engrenages

	Dessin d'ensemble	Schéma	Avantages - Inconvénient
Engrenage droit à denture droite			<ul style="list-style-type: none"> <li>+ Plus simples ;</li> <li>+ Plus économiques.</li> <li>- Engendrent bruit et vibrations.</li> </ul>
Engrenage droit à denture hélicoïdale			<ul style="list-style-type: none"> <li>+ Transmission plus souple ;</li> <li>+ Moins bruyante ;</li> <li>+ Transmission d'efforts élevées ;</li> <li>+ Vitesses élevées ;</li> <li>+ Réalisation facile d'un entraxe imposé (varier l'angle <math>\beta</math>).</li> <li>+ 2, 3 ou 4 couples de dents en prise.</li> <li>- Rendement un peu moins bon ;</li> <li>- Engendre un effort axial ;</li> <li>- Doivent toujours rester en prise ;</li> <li>- Leur utilisation est impossible ; sous forme de baladeur (dans BdV).</li> </ul>
Engrenage Conique à denture droite			<ul style="list-style-type: none"> <li>+ Renvoi d'angle de la transmission.</li> <li>- Nécessitent un réglage précis.</li> </ul>
Roue et vis sans fin			<ul style="list-style-type: none"> <li>+ Très grand rapport de réduction sous un faible encombrement ;</li> <li>+ Silencieux et sans chocs ;</li> <li>+ Peut être irréversibles d'où sécurité.</li> <li>- Usure dû au frottement ;</li> <li>- Mauvais rendement ;</li> <li>- Nécessitent une bonne lubrification ;</li> <li>- Un choix judicieux des matériaux à faible frottement ; (ex : vis acier avec roue en bronze) ;</li> <li>- Engendre un effort axial important.</li> </ul>
Engrenage gauche			<p>Même que l'engrenage droit à denture hélicoïdale</p>

Engrenage intérieur			Selon la denture.	
Pignon crémaillère			Selon la denture. <b>Le pignon Crémaillère</b> permet de transformer un mouvement circulaire continu en mouvement rectiligne continu (le système est réversible).	
			Rotation pignon	un tour
			Translation crémaillère	Une dent

## 1.2- Principales caractéristiques des engrenages droits à denture droite :

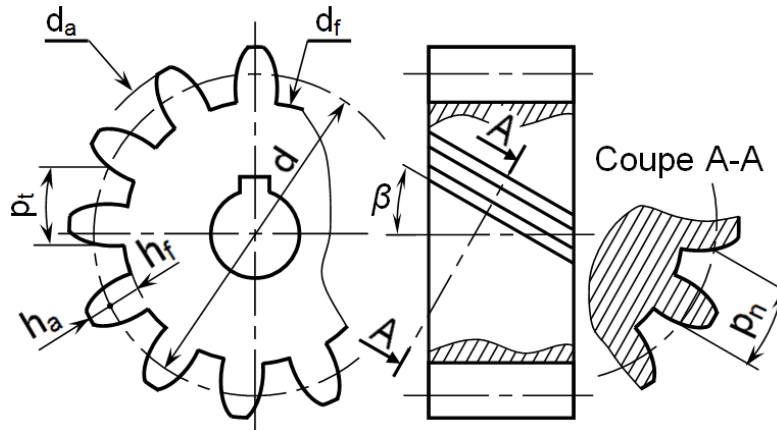


Pignon 1 - Roue 2 - Crémaillère (engrenage extérieur)		Couronne 3 (engrenage intérieur)	
Caractéristique	Symbole	Formules	
module	m	Déterminé par la résistance des matériaux	
nombre de dents	Z	Z <sub>1</sub> (roue1) et Z <sub>2</sub> (roue 2)	
pas (pas primitif)	p	p = π.m	
diamètre primitif	d	d <sub>1</sub> = m.Z <sub>1</sub> ; d <sub>2</sub> = m.Z <sub>2</sub>	d <sub>3</sub> = m.Z <sub>3</sub>
diamètre de tête	da	da = d + 2m = d + 2ha	da = d <sub>3</sub> - 2m = d <sub>3</sub> - 2ha
diamètre de pied	df	df = d - 2,5m = d - 2hf	df = d <sub>3</sub> + 2,5m = d <sub>3</sub> + 2hf
saillie	ha	ha = m	
creux	hf	hf = 1,25m	
hauteur de dent	h	h = 2,25m = ha + hf	
entraxe	a	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m \cdot (Z_1 + Z_2)}{2}$	$a = \frac{d_3 - d_1}{2} = \frac{m \cdot (Z_3 - Z_1)}{2}$
rapport de réduction	r	$r = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$	



Même pour tous les autres types d'engrenages

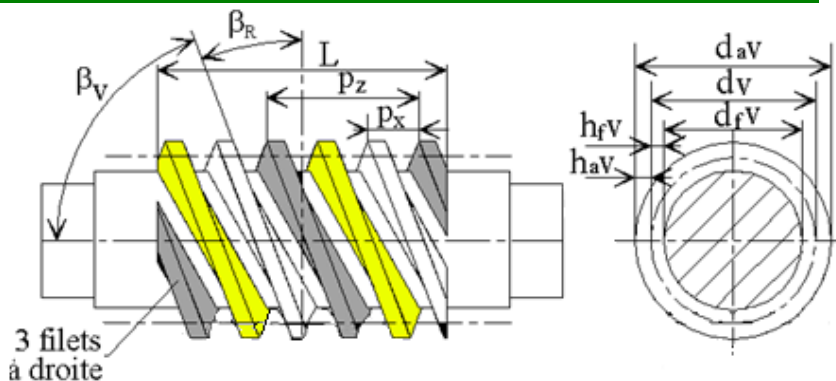
## 1.3- Principales caractéristiques des engrenages droits à denture hélicoïdale :



Caractéristiques	Symbole	Formules
angle d'hélice	$\beta$	Si la roue 1 à une hélice à droite, alors la roue 2 à une hélice à gauche, d'où $\beta_1 = -\beta_2$
module réel (ou normal)	$m_n$	$m_t \cdot \cos\beta$
module apparent	$m_t$	$m_t = m_n / \cos\beta$ (augmente avec la valeur de $\beta$ )
pas réel (ou normal)	$p_n$	$p_n = \pi \cdot m_n$ (remarque $p_{n1} = p_{n2} = p_n$ )
pas apparent	$p_t$	$p_t = p_n / \cos\beta = \pi \cdot m_t$
diamètre primitif	$d$	$d = m_t \cdot Z$
diamètre de tête	$d_a$	$d_a = d + 2m_n = d + 2h_a$
diamètre de pied	$d_f$	$d_f = d - 2,5m_n = d - 2h_f$



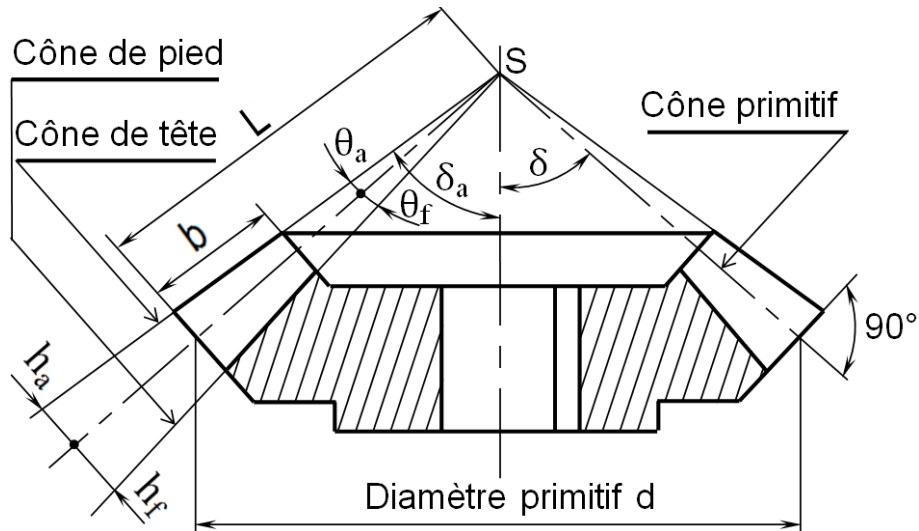
## 1.4- Principales caractéristiques des engrenages à roue et vis sans fin :



Caractéristique	Symbole	Formules
nombre de dents roue	$Z_R$	
nombre de filets vis	$Z_V$	
angle d'hélice de la roue	$\beta_R$	$\beta_R + \beta_V = 90^\circ$ et même sens des hélices
angle d'hélice de la vis	$\beta_V$	irréversible si $\beta_V < 6$ à $10^\circ$ et réversible si $\varphi < \beta_{roue} < \frac{\pi}{2} - \varphi$
module réel vis	$m_n$	$m_{nvis} = m_{nroue}$
module axial vis	$m_x$	$m_x = p_x / \pi = m_n / \cos\beta_R = m_n / \sin\beta_V$
pas apparent roue	$p_t$	$p_t = p_n / \cos\beta_R = \pi \cdot m_t$
pas axial de la vis	$p_x$	$p_x = p_t$
pas de l'hélice	$p_z$	$p_z = Z_V \cdot p_x$
diamètre primitif vis	$d_v$	$d_v = p_z / \pi \cdot \tan\beta_R$
diamètre de tête vis	$d_{aV}$	$d_{aV} = d_v + 2m_n$
diamètre de pied vis	$d_{fV}$	$d_{fV} = d_v - 2,5m_n$



## 1.5- Principales caractéristiques des engrenages coniques à denture droite :



Caractéristique	Symbole	Formules
module	m	nombre normalisé
pas (pas primitif)	p	$p = \pi \cdot m$
angle primitif	$\delta$	$\tan \delta_1 = \omega_2 / \omega_1 = Z_1 / Z_2$ ; $\tan \delta_2 = \omega_1 / \omega_2 = Z_2 / Z_1$ ; $\delta_1$ (roue 1), $\delta_2$ (roue 2)
diamètre primitif	d	$d = m \cdot Z$
diamètre de tête	$d_a$	$d_a = d + 2m \cdot \cos \delta$
diamètre de pied	$d_f$	$d_f = d - 2,5m \cdot \cos \delta$
angle saillie	$\theta_a$	$\tan \theta_a = m / L = 2m \cdot \sin \delta / d$
angle de creux	$\theta_f$	$\tan \theta_f = 1,25 m / L = 2,5m \cdot \sin \delta / d$
angle de hauteur	$\theta$	$\theta = \theta_a + \theta_f$



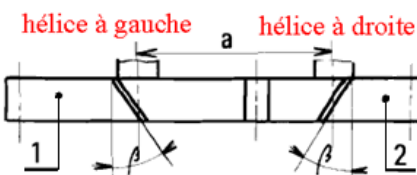
### 3.1.3- Condition d'engrènement :

Pour l'engrenage droit à denture droite : **même module**

Pour l'engrenage conique à denture droite : **même module** et **même sommet des cônes primitif**.

Pour l'engrenage droit à denture hélicoïdale :

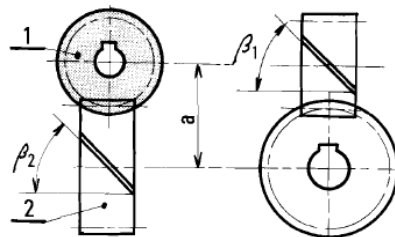
**À AXES PARALLÈLES**  
**à dentures Hélicoïdales**



$$m_{t1} = m_{t2};$$

$$m_{n1} = m_{n2}; \beta_1 = -\beta_2.$$

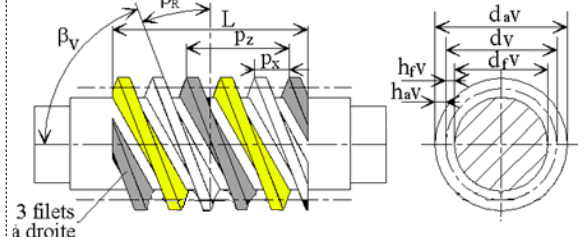
**À AXES ⊥**  
**engrenages gauches**



$$\text{même sens d'hélice};$$

$$m_{n1} = m_{n2}; \beta_1 + \beta_2 = 90^\circ.$$

**À AXES ⊥**  
**roue et Vis sans fin**



$$\text{même sens d'hélice};$$

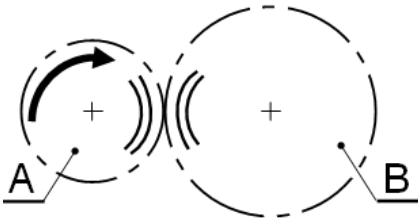
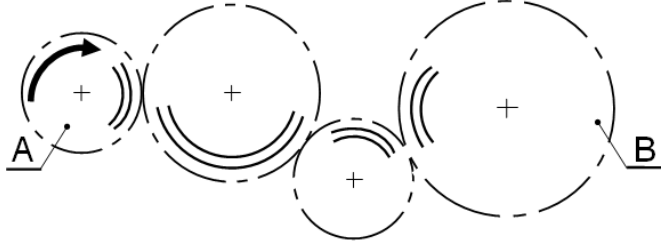
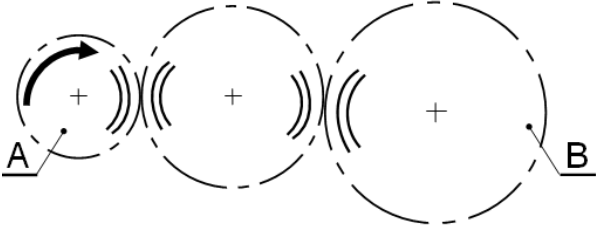
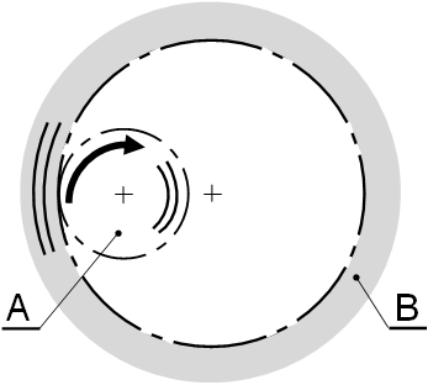
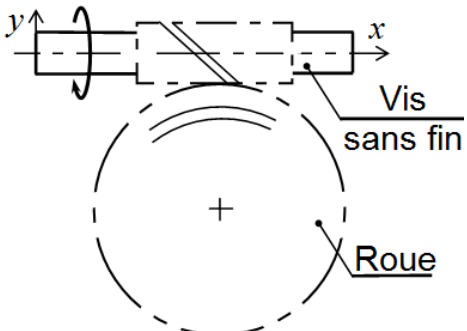
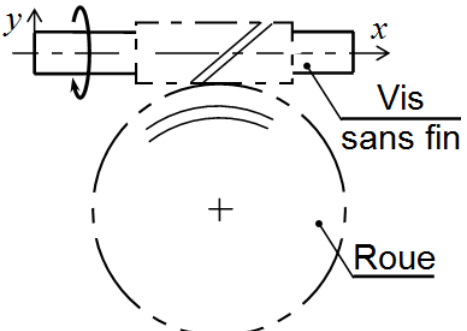
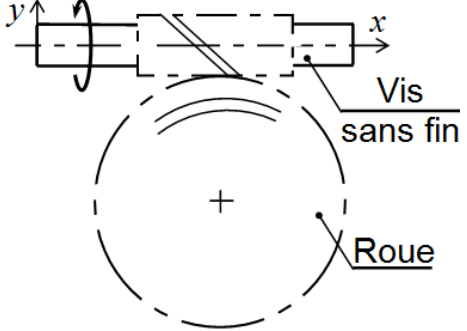
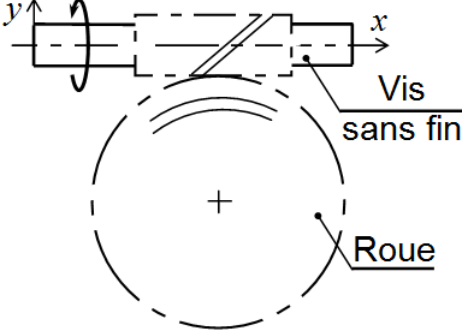
$$m_{tR} = m_{xV}; \beta_R + \beta_V = 90^\circ.$$

Condition d'engrènement pour ce type d'engrenage



**EX1 : Terminez** les sens de rotation esquissés sur les dessins.

**Complétez** ensuite les conclusions en ajoutant soit : "ne tourne pas", soit "tourne".

<p>♦ <b>Deux roues en prise</b></p>  <p><b>Conclusion :</b> La roue B ..... dans le même sens que la roue A.</p>	<p>♦ <b>Un nombre paire de roues</b></p>  <p><b>Conclusion :</b> La roue B ..... dans le même sens que la roue A.</p>
<p>♦ <b>Avec une roue intermédiaire -3 roues</b></p>  <p><b>Conclusion :</b> La roue B ..... dans le même sens que la roue A.</p>	<p>♦ <b>Engrenage intérieur</b></p>  <p><b>Conclusion :</b> La roue B ..... dans le même sens que la roue A.</p>
<p>♦ <b>Hélice</b> .....</p>  <p><b>Conclusion :</b> La roue ..... dans le même sens que la vis sans fin.</p>	<p>♦ <b>Hélice</b> .....</p>  <p><b>Conclusion :</b> La roue ..... dans le même sens que la vis sans fin.</p>
<p>♦ <b>Hélice</b> .....</p>  <p><b>Conclusion :</b> La roue ..... dans le même sens que la vis sans fin.</p>	<p>♦ <b>Hélice</b> .....</p>  <p><b>Conclusion :</b> La roue ..... dans le même sens que la vis sans fin.</p>

## 2- TRAINS ÉPICYCLOÏDAUX :

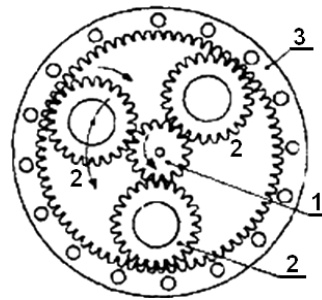
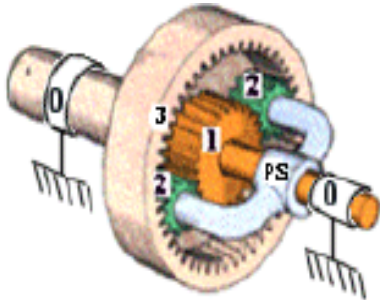
Un train d'engrenages est dite **épicycloïdal** quand, pendant le fonctionnement, une ou plusieurs roues dentées tournent autour d'un axe mobile par rapport au carter principal (bâti).

Ils permettent de grands rapports de réduction sous un faible encombrement et sont abondamment utilisés dans les boîtes de vitesses automatiques. Les puissances transmises sont en général modérées et les rendements diminuent quand le rapport de réduction augmente.

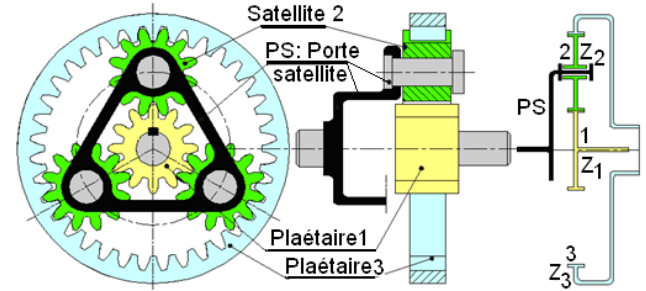
Leur étude est plus complexe que les autres cas. Une particularité permettant de les identifier : les axes de rotation des roues appelés satellites ne sont pas fixes dans le bâti mais tourbillonnent par rapport aux autres roues (analogie avec le soleil et les planètes du système solaire).

### 2.1- Train épicycloïdal simple :

Train épicycloïdal simple à deux satellites



Train épicycloïdal simple à trois satellites



Train épicycloïdal simple à trois satellites c'est la configuration la plus répandue utilisant un satellite avec une seule roue dentée.

On peut avoir 2, 3 ou 4 satellites, leur nombre est sans influence sur le rapport de la transmission. Le rendement est bon et l'encombrement axial faible.

**Le fonctionnement n'est possible que si l'un des trois éléments principaux (planétaire 1, planétaire 3 ou porte satellite PS) est bloqué ou entraîné** par un autre dispositif. La **formule de Willis** vu par la suite est adaptée à ce type de train pour déterminer les rapports de transmissions.

### 2.2- Relation fondamentale dans un train épicycloïdal :

**a- Formule de Willis :** 
$$\frac{\omega_3 - \omega_{ps}}{\omega_1 - \omega_{ps}} = \frac{N_3 - N_{ps}}{N_1 - N_{ps}} = (-1)^n \cdot \frac{Z_1}{Z_3} = \lambda$$
 avec :  
 - n : nombre de contact extérieur  
 - λ : raison basique

donc :  $\omega_3 - \omega_{ps} - \lambda\omega_1 + \lambda\omega_{ps} = 0$  alors :  $\omega_3 + (\lambda - 1)\omega_{ps} - \lambda\omega_1 = 0$

### b- Cas usuels de fonctionnement :

(Calculer le rapport de chaque cas en fonction de  $Z_1$  et  $Z_3$ ).

**Planétaire 3 bloqué**  
configuration la plus utilisée

$$\frac{\omega_{ps}}{\omega_1} =$$

**Planétaire 1 bloqué**  
configuration moins utilisée

$$\frac{\omega_{ps}}{\omega_3} =$$

**Porte satellite bloqué**  
train classique

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} =$$

**Remarque géométrique utile :**  $d_1 + 2d_2 = d_3$  ; Autrement dit :  $Z_1 + 2Z_2 = Z_3$



# 16- Transmission de puissance

2 SM-B; 2 STM; 2 STE; (Doc : élève)

## 2.3- Trains épicycloïdaux avec satellites à deux roues :

Cette variation du cas précédent permet de plus grands rapports de réduction. Le satellite est réalisé à partir de deux roues dentées 2 et 2' dont les nombres de dents  $Z_2$  et  $Z_{2'}$ , sont différents.

Les rapports de transmission se calculent avec la formule de Willis.

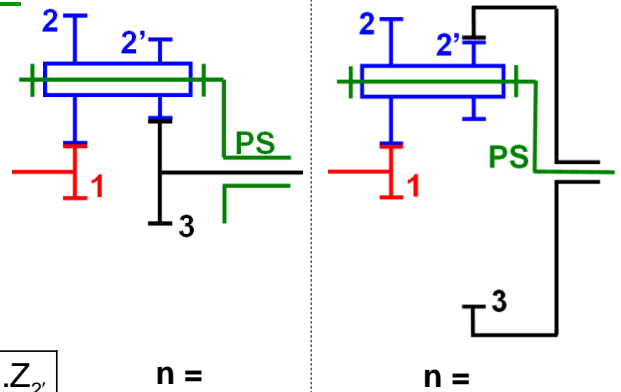
Comme précédemment, **le fonctionnement n'est possible que si l'un des trois éléments de base**

(1,3 ou PS) est **bloqué** ou **entraîné**

par un autre dispositif.

Formule de Willis :

$$r = \frac{\omega_3 - \omega_{ps}}{\omega_1 - \omega_{ps}} = \frac{N_3 - N_{ps}}{N_1 - N_{ps}} = (-1)^n \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_{2'}}{Z_2 \cdot Z_3}$$

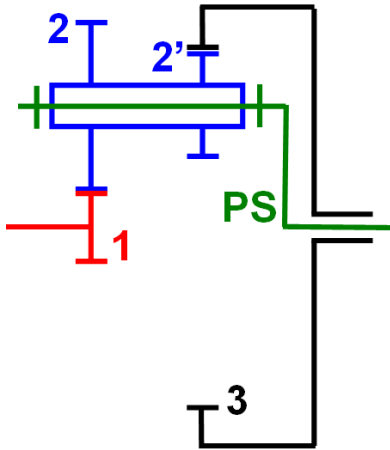


♦ Cas usuels de fonctionnement :

**Calculer** le rapport de chaque cas en fonction de  $Z_1, Z_2, Z_{2'}$  et  $Z_3$ .

### Planétaire 3 bloqué

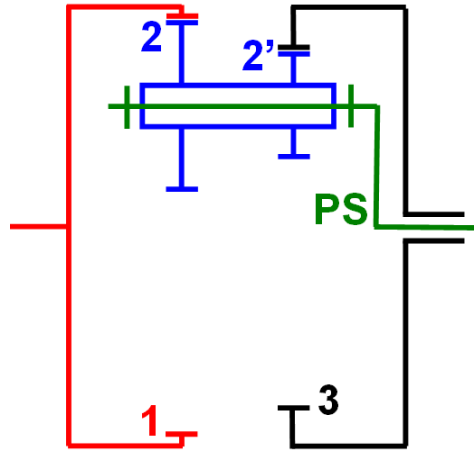
Configuration la plus utilisée



$$\frac{\omega_{ps}}{\omega_1} =$$

### Planétaire 1 bloqué

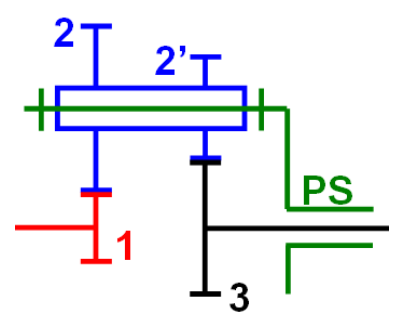
Configuration moins utilisée



$$\frac{\omega_{ps}}{\omega_3} =$$

### Porte satellite PS bloqué

Train classique



$$\frac{\omega_3}{\omega_1} =$$

**Remarque géométrique utile**

Les deux couples de roues ont même entraxe " a "

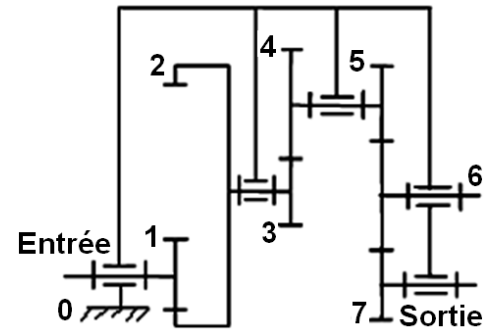
$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{d_3 \pm d_{2'}}{2}$$

$$= \frac{m_{1-2} \cdot (Z_1 + Z_2)}{2} = \frac{m_{2'-3} \cdot (Z_3 \pm Z_{2'})}{2}$$

## 2.4- Applications :

### Trains d'engrenages classiques

- Train à 4 engrenages (1-2 ; 3-4 ; 5-6 ; 6-7) droit à denture droite
- Fréquence de rotation d'entrée :  $N_e = 1400$  tr/min ;
- L'entraxe entre 1 et 2 :  $a_1 = 80$
- L'entraxe entre 5 et 6 :  $a_2 = 70$
- Nombre de dent :  $Z_1 = 20, Z_3 = 15, Z_4 = 46, Z_5 = 33$
- Module :  $m_1 = 1,5 ; m_4 = 2, m_5 = 1$  et -  $d_7 = 12$ .

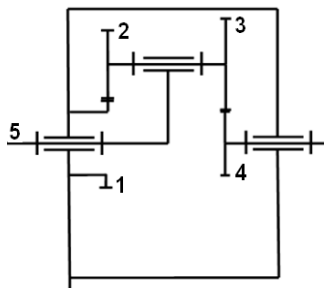


- 1- Calculer les diamètres primitifs de toutes les roues ;
- 2- Calculer la raison de transmission  $r = \omega_s / \omega_e$  ;
- 3- Calculer la Fréquence de rotation de la sortie ;
- 4- Le mécanisme est-il réducteur ou multiplicateur ;
- 5- Compléter le tableau ci-dessous :

	p : . . . . .	$h_a$ : . . . . .	$h_f$ : . . . . .	$d_a$ : . . . . .	$d_f$ : . . . . .
Pignon 7	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
Roue 4	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
Couronne 2	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .

### Trains épicycloïdaux

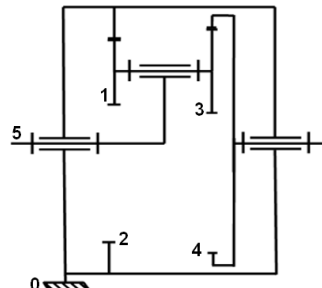
Pour chacun des trains épicycloïdaux schématisés ci-dessous, le module de fonctionnement " m " de toutes les dentures est identique.



Train 1

Calculer  $\frac{\omega_4}{\omega_5}$  avec

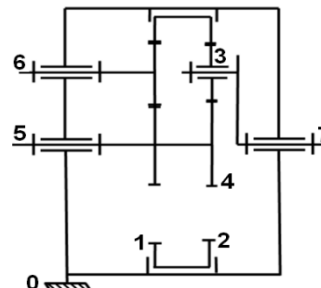
$Z_1 = 20; Z_2 = 31;$   
 $Z_3 = 32$  dents



Train 2

Calculer  $\frac{\omega_4}{\omega_5}$  avec

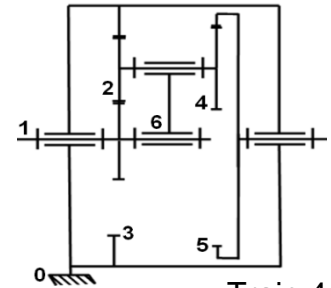
$Z_1 = 26; Z_2 = 72;$   
 $Z_3 = 28$  dents



Train 3

Calculer  $\frac{\omega_7}{\omega_5}$  avec

$Z_1 = 76; Z_2 = 78;$   
 $Z_3 = 20; Z_5 = 18$  dents



Train 4

Calculer  $\frac{\omega_5}{\omega_1}$  avec

$Z_1 = 18; Z_2 = 28;$   
 $Z_5 = 72$  dents