ÉLÉMENT DE CORRIGÉ DES EXERCICES D'APPLICATION

FORCE PRESSANTE - PRESSION

Ex1-

1-➢ La pression en Pascal : $P_{(Pa)} = \frac{F_{(N)}}{S_{(m^2)}}$; et $F_{(N)} = m_{(kg)}.g_{(m/s^2)}$

D'où: $P_1 = \frac{10.10}{0,005} = \frac{100}{0,005} = 20.10^3\ Pa$; $P_2 = \frac{10.10}{0,0015} = \frac{100}{0,0015} = 66,666.10^3\ Pa$; $P_3 = \frac{10.10}{0,001} = \frac{100}{0,001} = 100.10^3\ Pa$

- La pression en bar : comme 1 bar = 10^5 Pa . D'où: P_1 = 0,2 bar ; P_2 = 0,66 bar ; P_3 = 1 bar
- La pression en daN/cm^2 : comme 1 bar = 1 daN/cm^2. D'où : P_1 = 0,2 daN/cm^2 ; P_2 = 0,66 daN/cm^2 ; P_3 = 1 daN/cm^2

2- La pression augmente lorsque la surface démunie

Ex2-

1- Force pressante sur l'huile, F= m.g = 3000 .10 = 3.10^4 N

2- Surface pressée, $S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14.(0,08)^2}{4} = 0,005\,m^2 = 50\,cm^2$

3- Pression en Pa, $P = \frac{F}{S} = \frac{3.10^4}{0,005} = 6.10^6\,Pa$. En bar $\frac{300}{50} = 60\,daN/cm^2$ ou $60\,bar$

Ex3-

- $F_{(daN)} = P_{(bar)}.S_{(cm^2)}$ = 200.300 = 6.10^4 daN
- $F_{(N)} = P_{(Pa)}.S_{(m^2)}$ = $200.10^5.0,03$ = 6.10^5 N

Ex4-

- $P = \frac{F}{S} = \frac{10.100.10}{25.3,14} = 127,38\,daN/cm^2$ ou $127,38\,bar$

Ex5-

- Force pressante F, F=P.S=250.3,14.10.10 =78500 daN
- Pression pour maintenir la charge F_1, $P = \frac{F}{S_a} = \frac{2000}{3,14.(10^2 - 5,5^2)} = \frac{2000}{219,01} = 9,13\,bar_{(mini)}$

Ex6-

- La vitesse de sortie et la force disponible du vérin : C=P / P.S = 40000 / $300.10^5.10.10^{-4}$ = 1,33 m/s
- La force disponible du vérin : F = S.P = $10.10^{-4}.300.10^5$ = 30000 N

PRESSION DANS UN LIQUIDE AU REPOS

Ex7-

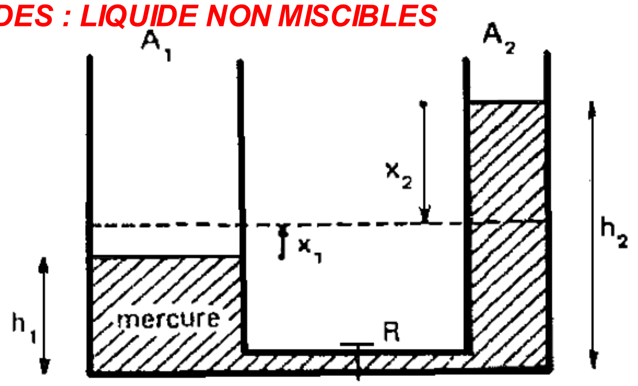
- P = ρ.g.h = 900.10.0,5 = 4500 Pa = 0,045 bar

Remarque :

Si, au cours de l'étude, un élève repère ce qui lui semble être une erreur ou fautes de frappe, il le signale au professeur de la matière !!!

ÉQUATION DE LA STATIQUE DES FLUIDES : LIQUIDE NON MISCIBLES

Ex8-



1- Lorsque le robinet est fermé, les hauteurs des colonnes de mercure sont :

- dans A_1 : $h_1 = \dfrac{V_1}{S_1} = \dfrac{1000}{50} = 20\,cm$
- dans A_2 : $h_2 = \dfrac{V_2}{S_2} = \dfrac{500}{10} = 50\,cm$

Lorsqu'on ouvre le robinet, les deux surfaces libres du mercure sont dans le même plan horizontal (même pression).
Les déplacements x_1 et x_2 des deux niveaux sont donc tels que: $S_1.x_1 = S_2.x_2$ (invariance du volume déplacé) et $x_1 + x_2 = h_2 - h_1$ (dénivellation).

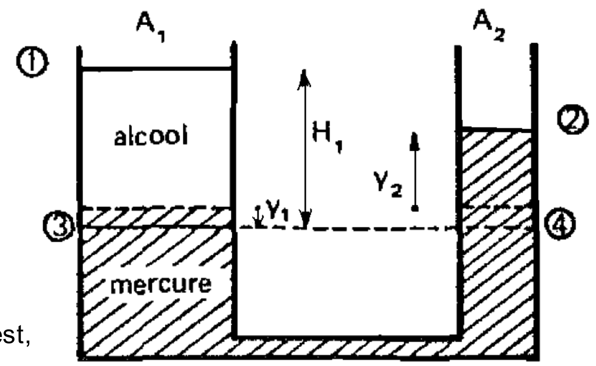
On en déduit : $x_1 = \dfrac{S_2}{S_1+S_2}(h_2 - h_1) = 5\,cm$ et $x_2 = \dfrac{S_1}{S_1+S_2}(h_2 - h_1) = 25\,cm$

Le niveau monte de 5 cm dans A_1 et baisse de 25 cm dans A_2 de sorte que les colonnes de mercure ont même hauteur (25 cm) dans A_1 et A_2.

2

2.a- Lorsqu'on verse 1,5 litre d'alcool dans A_1 correspondant à une colonne de hauteur, $H_1 = \dfrac{1500}{50} = 30\,cm$

le niveau du mercure baisse de y_1 dans A_1 et monte de y_2 dans A_2, de façon à respecter :
- la conservation du volume de mercure déplacé: $S_1y_1 = S_2y_2$ (1)
- les lois de l'hydrostatique: $P_3 - P_1 = P_4 - P_2$,
  car $P_1 = P_2$ (= pression atmosphérique)
  et $P_3 = P_4$ (surface isobare horizontale du mercure),
  soit $\rho_{alcool}.g.H_1 = \rho_{mercure}.g.(y_1 + y_2)$, ou $y_1 + y_2 = \dfrac{\rho_{alcool}}{\rho_{mercure}} \cdot H_1$ (2)

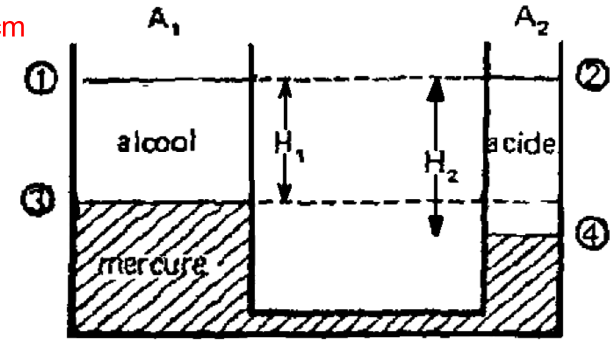


D'après (1) et (2), le déplacement du mercure dans A_2 est :

$$y_2 = H_1 \cdot \frac{S_1}{S_1+S_2} \cdot \frac{\rho_{alcool}}{\rho_{mercure}} = 1{,}45\,cm$$

2.b- La dénivellation entre les surfaces libres d'alcool et de mercure est,

compte tenu de (2), $H_1 - (y_1 + y_2) = H_1 \cdot \left(1 - \dfrac{\rho_{alcool}}{\rho_{mercure}}\right) = 28{,}26\,cm$



3-

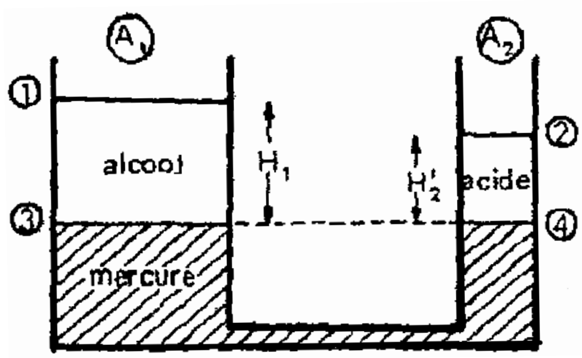
3.a- L'équation de l'hydrostatique s'écrit :
- dans l'alcool : $P_3 - P_1 = \rho_{alcool}.g.H_1$
- dans l'acide : $P_4 - P_2 = \rho_{acide}.g.H_2$
- dans le mercure : $P_4 - P_3 = \rho_{mercure}.g.(H_2 - H_1)$
- compte tenu de $P_1 = P_2 = P_{atmosphérique}$,

on a : $P_3 - P_1 = (P_3 - P_4) + (P_4 - P_2)$

Soit ; $\rho_{alcool}.g.H_1 = -\rho_{mercure}.g.(H_2 - H_1) + \rho_{acide}.g.H_2$

Ou $H_2 = H_1 \cdot \left(\dfrac{\rho_{mercure} - \rho_{alcool}}{\rho_{mercure} - \rho_{acide}}\right) = 32{,}68\,cm$;

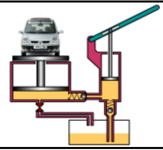
le volume d'alcool versé est donc $S_2.H_2 = 326{,}8\ cm^3$



3.b- On a $P_1 = P_2 = P_{atmosphérique}$
et $P_3 = P_4$ (surface isobare horizontale du mercure)
donc $P_3 - P_1 = P_4 - P_2$ ou $\rho_{alcool}.g.H_1 = \rho_{acide}.g.H'_2$

soit $H'_2 = H_1 \cdot \dfrac{\rho_{alcool}}{\rho_{acide}} = 12{,}88\,cm$;

correspondant à un volume d'acide versé $S_2.H'_2 = 128{,}8\ cm^3$



THÉORÈME D'ARCHIMÈDE

Ex9-

1- La tension T du fil 3 en utilisant la relation fondamentale de l'hydrostatique :

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta z;\ P_B - P_A = (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot (z_A - z_B);\ P = (7800 - 820) \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}1 = 6840{,}4\ Pa$$

avec $P = \dfrac{T}{S} = \dfrac{T}{a^2}$ donc : $T = a^2 \cdot P = 0{,}1^2 \cdot 6840{,}4 = 68{,}40\ N$

2- La tension T du fil 3 en utilisant le théorème d'Archimède :

$T + R - P = 0;\ T = m_1 g - m_2 g = g(\rho_1 V_1 - \rho_2 V_2)$ donc : $T = (7800 \cdot 0{,}1^3 - 820 \cdot 0{,}1^3) \cdot 9{,}8 = 68{,}40\ N$

PRINCIPE DE PASCAL

Ex10-

a- Pression sur le petit piston : $P = \dfrac{F_1}{S_1} = \dfrac{2000}{20} = 100\ bars$

b- Force sur le grand piston : $\dfrac{F_1}{S_1} = \dfrac{F_2}{S_2}$ d'où $F_2 = F_1 \dfrac{S_2}{S_1} = 2000 \dfrac{100}{20} = 10^4\ daN$

VITESSE - DÉBIT- ÉQUATION DE CONTINUITÉ

Ex11-

Pour que l'écoulement reste laminaire, il faut que Re = $C.\dfrac{d}{\upsilon} \leq 2300$

$$C \leq 2300.\frac{\upsilon}{d} = 2300.\frac{4.10^{-4}}{20.10^{-3}} = 46\, m/s$$

$$q_v = SC = \frac{\pi}{4}(20.10^{-3})^2.46 = 14,444.10^{-3} m^3/s = 14,444\, l/s = 866,64\, l/mn$$

Ex12-

1- La vitesse V de déplacement en sortie de tige, $V_{(cm/s)} = \dfrac{q_{v(cm^3/s)}}{S_{1(cm^2)}} = \dfrac{\frac{24000}{60}}{40} = 10\, cm/s$

2- La durée de la course si celle-ci fait 20 cm, $t = \dfrac{d}{V} = \dfrac{20}{10} = 2s$

3- La vitesse V' pour la rentrée de tige, avec un même débit q_V, $V' = \dfrac{q_v}{S_1 - S_2} = \dfrac{400}{25} = 16\, cm/s$

Ex13-

1- La vitesse de l'eau : $C_2 = C_1 \dfrac{S_1}{S_2} = 4\dfrac{0{,}03}{0{,}01} = 12\, m/s$

2- Le débit massique : $q_m = \rho S_1 C_1 = 10^3 \cdot 0{,}03 \cdot 4 = 120\, kg/s$

Ex14-

La section de la conduite : $S = \dfrac{q_v}{C} = \dfrac{0{,}2}{5} = 0{,}04\ m^2$

Ex15-

La vitesse de l'écoulement de l'eau : $C = \dfrac{q_v}{S} = \dfrac{0{,}25 \cdot 4}{\pi \cdot 200^2 \cdot 10^{-6}} = 7{,}95\ m/s$

Ex16-

$$q_v = q_{v1} + q_{v2} = q_{v3} = S_3C_3 = \frac{\pi.0,12^2}{4}.8 = 9,048.10^{-2} m^3/s$$

$$q_m = \rho\, q_v = \rho\, q_{v3} = 700 \,.\, 0,09048 = 63,33 \text{ kg/s}$$

$$q_v = q_{v1} + q_{v2} = S_1C_1 + S_2C_2 = \frac{\pi.0,1^2}{4}.5 + \frac{\pi.0,08^2}{4}.C_2 = 9,048.10^{-2} m^3/s$$

$$d'ou: \quad C_2 = \frac{0,09048 - 0,03927}{0,00502} = 10,2 m/s$$

$q_{v2} = 0,00502 \,.\, 10,2 = 0,0512 \text{ m}^3\text{/s}$; $q_{m2} = 700 \,.\, 0,0512 = 35,84$ kg/s

TRAVAIL ET RENDEMENT

Ex17-

- Le rendement η, $\eta = \frac{W_{utile}}{W_{dépensé}} = \frac{800}{960} = 83,3\%$

Ex18-

L'énergie dépensée,

- L'énergie utile : $W_u = P.t = 3.736.10.60 = 1324800$ J. Donc : $W_{dé} = \frac{W_u}{\eta} = \frac{1324800}{0,7} = 1892571,429 \text{ J}$

Ex19-

- Puissance utile du moteur en cv,
  - Puissance utile par la machine, $P_{u_{machine}} = \frac{W}{t} = \frac{F.d}{t} = \frac{300.10.8}{10} = 2400 \text{ Watts} = 3,26 \text{ CV}$
  - Puissance dépensée par la machine, $P_{dé_{machine}} = \frac{P_{u_{machine}}}{\eta_{machine}} = \frac{2400}{0,5} = 4800 \text{ Watts} = 6,52 \text{ CV}$

  Donc : $P_{u_{moteur}} = P_{dé_{machine}} = 4800 \text{Watts} = 6,52 \text{CV}$

- La puissance électrique, $P_{éle} = P_{dé_{moteur}} = \frac{P_{u_{moteur}}}{\eta_{moteur}} = \frac{4800}{0,8} = 6000 \text{ Watts}$
- Le rendement global de l'installation, $\eta_{globale} = \eta_g = \frac{P_{u_{machine}}}{P_{éle}} = \frac{2400}{6000} = 0,4$

  ou bien, $\eta_{globale} = \eta_{moteur}.\eta_{machine} = 0,8.0,5 = 0,4$

Ex20-

- L'énergie dépensée, $P_{dé} = \frac{P_u}{\eta_g} = \frac{\frac{8000.1}{20}}{0,8} = 500 \text{ W}$

DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

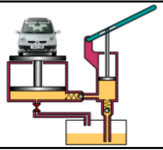
Ex21-

- Le débit volume : $q_v = S_1C_1 = S_2C_2$ alors $C_1 = C_2 . S_2/S_1 = 10.2/100 = 0,2$ m/s
- Le débit masse : $q_m = \rho S_2C_2 = \rho S_1C_1 = 10^3.2.10^{-4}.10 = 2$ kg/s
- Somme des forces extérieurs : $R = \Sigma F_{ext} = q_m(C_2 - C_1)$

$R = 2.(10 - 0,2) = 19,6$ N de même : $R = S_2(P - P_{atm})$ ⇨ $P = R/S_2 + P_{atm}$

$P = 19,6/(2.10^{-4}) + 10^5 = 19,8.10^4$ Pa

Et : $P = F/S_1$; alors: $F = P.S_1 = 19,8.10^4 . 100.10^{-4} = 1980$ N.

PUISSANCE D'UN VÉRIN - PUISSANCE D'UNE POMPE

Ex22-

1- Puissance fournie par le vérin : $P_{fournie_{vérin}} = F.V = F.\dfrac{q_v}{S} = P_{ression}S.\dfrac{q_v}{S} = P_{ression}.q_v = 80.10^5.\dfrac{36.10^{-3}}{60} = 4800\,W$

2- Puissance nécessaire au récepteur : $P_{nécessaire} = \dfrac{P_{fournie}}{\eta_g} = \dfrac{4800}{0,6} = 8000\,W$

Ex23-

1- La puissance de la pompe, $P_{pompe} = F.V = 3.10^3.10.\dfrac{2}{60} = 10^3\,W$

2- Le diamètre du vérin, $P_{ression} = \dfrac{F}{S} = \dfrac{4.F}{\pi.d^2}$ donc : $d = \sqrt{\dfrac{4.3.10^4}{50.10^5.\pi}} = 0,087\,m = 8,7\,cm$

3- Le débit de la pompe, $q_v = \dfrac{P_{pompe}}{p_{ression}} = \dfrac{10^3}{50.10^5} = 0,2.10^{-3}\,m^3/s = 0,2\,\ell/s = 12\,\ell/min$

Ex24-

1- La puissance du vérin ; $Puissance_{vérin} = F.V = 78500.\dfrac{30.10^{-2}}{1,5} = 15700\,W$

2- Son diamètre : $P_{ression} = \dfrac{F}{S} = \dfrac{4.F}{\pi.d^2}$ donc : $d = \sqrt{\dfrac{4.785.10^{-5}}{\pi}} = 0,1\,m = 10\,cm$

3- Le débit nécessaire : $q_v = \dfrac{Puissance_{vérin}}{P_{ression}} = \dfrac{15700}{100.10^5} = 157.10^{-5}\,m^3/s = 1,57\,\ell/s = 94,2\,\ell/min$

4- La puissance du moteur électrique d'entraînement de la pompe : $P_{dé} = \dfrac{P_u}{\eta_g} = \dfrac{P_{vérin}}{\eta_g} = \dfrac{15700}{0,8} = 19625\,W = 19,625\,kW$

Ex25-

1- Le nombre de Reynolds : $\Re e = C\cdot\dfrac{d}{\upsilon} = \dfrac{q_v}{S}\cdot\dfrac{d}{\upsilon} = \dfrac{4\cdot 0,5\cdot 10^{-3}}{\pi\cdot 20\cdot 10^{-3}\cdot 25\cdot 10^{-6}} = 1273,88$ ≤ 2300 : L'écoulement est laminaire

2- La perte de charge systématique par mètre

$$\frac{J_r}{L} = \lambda\cdot\frac{C^2}{2d} = \frac{64}{\Re e}\cdot\left(\frac{4q_v}{\pi d^2}\right)^2\cdot\frac{1}{2d} = \frac{64}{1273,88}\left(\frac{4\cdot 0,5\cdot 10^{-3}}{3,14\cdot 20^2\cdot 10^{-6}}\right)^2\cdot\frac{1}{2\cdot 20\cdot 10^{-3}} = 3,184\ J/kg\cdot m$$

ÉQUATION DE BERNOULLI

Ex26-

1- La perte de charge en hauteur d'eau Δz : Bernoulli en terme de hauteur entre 1 et 2 sans machine :

$$\frac{P_2 - P_1}{g\cdot\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0 \qquad \text{donc} \qquad J_{1-2} = \Delta z = 2m$$

2- La perte de charge en pression ΔP : Bernoulli en terme de pression entre 1 et 2 sans machine :

$$P_2 - P_1 + \rho\cdot\frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + \rho g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0 \quad \text{donc} \quad J_{1-2} = \Delta P = 0,2\cdot 10^5\,Pa$$

Ex27-

1- Le travail fournit par la pompe : Bernoulli entre 1 et 4 avec machine : $\dfrac{P_4 - P_1}{\rho} + \dfrac{C_4^2 - C_1^2}{2} + g(z_4 - z_1) + J_{1-4} = W_{1-4}$

avec $P_1 = P_4 = P_{atm}; C_1 = 0\ m/s; C_4 = 4\ m/s; z_4 - z_1 = 12\ m$ d'où $W_{14} = 8 + 10\cdot 12 = 128\ J/kg$

2- Le débit massique : $q_m = \rho S_4 C_4 = 10^3\cdot 0,002\cdot 4 = 8\ kg/s$

Le débit volumique : $q_v = S_4 C_4 = 0,002\cdot 4 = 0,008\ m^3/s$

3- La puissance absorbée : $P = q_m\cdot W_{1-4} = 8\cdot 128 = 1024$ W (J/s)

Ex28-

1- Le nombre de Reynolds : $\Re e = C\cdot\frac{d}{\upsilon} = \frac{4q_v}{\pi\cdot d\cdot\upsilon} = \frac{4\cdot 20\cdot 10^6}{\pi\cdot 120} = 2{,}12\cdot 10^5 \geq 10^5$ L'écoulement turbulent rugueux

2- La perte de charge systématique par mètre :

$$\frac{J_r}{L} = \lambda\cdot\frac{C^2}{2d} = 0{,}79\sqrt{\frac{\varepsilon}{d}}\cdot\left(\frac{4q_v}{\pi d^2}\right)^2\cdot\frac{1}{2d} = 0{,}79\cdot\sqrt{\frac{0{,}2}{120}}\cdot\frac{8\cdot 20^2\cdot 10^{-6}}{\pi^2\cdot 120^5\cdot 10^{-15}} = 0{,}42\ J/kg\cdot m$$

3- La perte de charge ΔP (bar) et Δz (m) pour 100 m de conduite : La perte de charge systématique pour 100 m :

$J_r = 42\ J/kg$ Alors : $\Delta P = J_r\cdot\rho = 42\cdot 10^3 = 42000\ Pa$ et $\Delta z = J_r/9{,}8 = 4{,}28 = 4{,}28\ m$

Ex29-

1- Le nombre de Reynolds : $\Re e = C\cdot\frac{d}{\upsilon} = 1\cdot\frac{10\cdot 10^{-3}}{16\cdot 10^{-6}} = 625$ ≤ 2300 : L'écoulement est laminaire

2- La perte de charge régulière dans le conduit : $J_r = \lambda\cdot\frac{C^2\cdot L}{2d} = \frac{64}{\Re e}\cdot\frac{1\cdot 3}{2\cdot 10\cdot 10^{-3}} = \frac{64\cdot 1\cdot 3}{625\cdot 2\cdot 10\cdot 10^{-3}} = 15{,}36\ J/kg$

3- La pression à l'entrée du circuit : Bernoulli à la sortie de la pompe : $\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_r = 0$

avec $P_2 = P_{atm}; C_2 = C_1\ m/s; g = 10\ m/s^2; z_2 - z_1 = 3\ m$ d'où $\frac{10^5 - P_1}{900} + 0 + 10\cdot 3 + 15{,}36 = 0$

donc : $P_1 = 140824\ Pa$

Ex30-

1- Le nombre de Reynolds : $\Re e = \frac{4q_v}{\pi\cdot d\cdot\upsilon} = \frac{4\cdot 15\cdot 10^{-3}}{\pi\cdot 8{,}8\cdot 25\cdot 10^{-6}\cdot 10^{-3}\cdot 60} = 1447{,}59$ ≤ 2300 : L'écoulement est laminaire

2- La perte de charge systématique par mètre :

$$\frac{J_r}{L} = \lambda\cdot\frac{C^2}{2d} = \frac{64}{\Re e}\cdot\left(\frac{4q_v}{\pi d^2}\right)^2\cdot\frac{1}{2d} = \frac{64\cdot 4\cdot q_v\cdot\upsilon}{\pi\cdot d^4\cdot 2} = \frac{64\cdot 2\cdot 15\cdot 10^{-3}\cdot 25\cdot 10^{-6}}{\pi\cdot 8{,}8^4\cdot 10^{-12}\cdot 60} = 42{,}48\ J/kg\cdot m$$

3- La puissance absorbée par les pertes de charge pour 10 m de conduite :

$$\mathscr{P} = q_m\cdot\frac{J_r}{L}\cdot 10 = \rho\cdot q_v\cdot\frac{J_r}{L}\cdot 10 = 820\cdot\frac{15}{60}\cdot 42{,}48\cdot 10\cdot 10^{-3} = 87{,}084 \text{ Watts}$$

Ex31-

1- Le travail échangé $W_{1\text{-}2}$ entre 1 et 2 : $W_{1-2} = \frac{P_n}{q_m} = \frac{P_n}{\rho\cdot q_v} = \frac{12000}{10^3\cdot 14\cdot 10^{-3}} = 857{,}14\ J/kg$

2- La perte de charge $J_{1\text{-}2}$ en fonction de longueur $(z_2 - z_1)$: $J_{1-2} = J_r(z_2 - z_1) = 0{,}12(z_2 - z_1)$ en (m)

3- L'attitude maxi : Bernoulli entre 1 et 2 avec machine : $\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = W_{1-2}$

en (J/kg)

$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + g\cdot 0{,}12(z_2 - z_1) = 857{,}14$ avec $P_2 = P_1; C_1 = 0; C_2 = 4\ m/s; g = 9{,}8\ m/s^2; z_2 - z_1 = ?$

$0 + \frac{16}{2} + 9{,}8\cdot(z_2 - z_1)(1 + 0{,}12) = 857{,}14$ donc : $(z_2 - z_1) = \frac{857{,}14 - 8}{9{,}8\cdot(1 + 0{,}12)} = 77{,}36\ m$

Ex32-

1- Le débit volumique de l'installation : $q_v = S\cdot C = 90\cdot 10^{-4}\cdot 15 = 0{,}135\ m^3/s$

2- La perte de charge en hauteur d'eau Δz : On a P = $W_{12}.q_m$ ⇨ W_{12}=P $/q_m = 200.10^3/\ 10^3.0{,}135 = 1481{,}48\ J/kg$

et $\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{12} = 1481{,}48$ avec $P_2 = P_1; C_1 = 0; C_2 = 15\ m/s; z_2 - z_1 = 80\ m$

et $J_{12} = 568{,}98\ J/kg$ donc $J_{12} = 56{,}898\ m$

Ex33-

1- Bernoulli entre 1 et 2 avec machine : $\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = W_{1-2}$

avec $P_2 = P_1 ; C_1 = C_2 =; z_2 = z_1$ donc $W_{12} = J_{12}$

2- Le travail W_{1-2} de la pompe : $W_{12} = \frac{J_{12}}{\rho} = \frac{0,4 \cdot 10^5}{10^3} = 40\ J/kg$

3- La puissance nette et la puissance absorbée : $P_n = W_{12}.q_m = 40.10^3.1,2.10^{-3} = 48\ Watts$

On a $\eta = P_n / P_a$ ⇨ P_a = 48/0,78 = 61,53 *Watts*

Ex34-

1- La vitesse d'écoulement du fluide dans la conduite d'aspiration : $C = \frac{4q_v}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 27,3^2 \cdot 10^{-6}} = 1,709\ m/s$

2- Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$\Re e = C \cdot \frac{d}{\upsilon} = \frac{1,709 \cdot 27,3 \cdot 10^{-3}}{0,45 \cdot 10^{-4}} = 1036,79 \leq 2300$: L'écoulement est laminaire

3- Le coefficient de perte de charge λ : $\lambda = \frac{64}{\Re e} = \frac{64}{1036,79} = 0,06172$

4- ➢ Les pertes de charge linéaire J_r : $J_r = \lambda \cdot C^2 \cdot \frac{L}{2d} = 0,06172 \cdot 1,709^2 \cdot \frac{4}{2 \cdot 27,3 \cdot 10^{-3}} = 13,206\ J/kg$

➢ Les pertes de charge totales J_{1-2} : $J_{1-2} = J_s + J_r = 5 + 13,206 = 18,206\ J/kg$

5- La pression P_2 à l'entrée 2 de la pompe : Bernoulli entre 1 et 2 sans machine :

$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0$ ⇨ $\frac{P_2 - 10^5}{900} + \frac{1,709^2 - 0}{2} + 9,81(0,8) + 18 = 0$

donc $P_2 = 75422,493\ Pa = 0,75\ bars$

Ex35-

1- La vitesse d'écoulement du fluide dans la conduite : $C = \frac{q_v}{S} = \frac{4q_v}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 1200 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,1056^2} = 137,083\ m/s$

2- Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$\Re e = C \cdot \frac{d}{\upsilon} = 137,083 \frac{0,1056}{2 \cdot 10^{-4}} = 72379,824 \leq 10^5$ L'écoulement turbulent lisse

3- Le travail W_{1-2} fourni par la pompe : Bernoulli entre 1 et 2 avec machine :

$W_{1-2} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2}$

avec $P_2 = P_1 ; C_1 = 0 ; C_2 = 137,083\ m/s ; z_2 - z_1 = 0$ (conduite horizontale)

donc $W_{1-2} = 0 + \frac{137,083^2}{2} + 0 + 5220 = 14615,874\ J/kg$

4- La puissance $\mathbf{P_{pompe}}$ de la pompe :

$\mathbf{P_{pompe}} = W_{12} \cdot q_m = W_{12} \cdot \rho \cdot q_v = 14615,874 \cdot 0,8 \cdot 10^3 \cdot 1,2 = 14031239,04\ Watts = 14031,239\ KW$

Remarque :

Si, au cours de l'étude, un élève repère ce qui lui semble être une erreur ou fautes de frappe, il le signale au professeur de la matière !!!

ÉLÉMENT DE CORRIGÉ DES APPLICATIONS

Calcul d'une pompe

App1-

1- La section S_2 de la conduite de refoulement : l'équation de la continuité : $S_B = S_A \dfrac{C_A}{C_B} = 26\dfrac{1}{2} = 13\ cm^2$

2- Le débit volumique de la pompe : $q_v = C_A S_A = 1 \cdot 26 \cdot 10^{-4} = 26 \cdot 10^{-4}\ m^3/s = 2,6\ litres/s = 156\ litres/.$

3- ➢ Le travail échangé entre A et B : Bernoulli entre A et B avec machine :

$$W_{A-B} = \frac{P_B - P_A}{\rho} + \frac{C_B^2 - C_A^2}{2} + g\left(z_B - z_A\right) + J_{A-B}$$

avec $P_B = 4 \cdot 10^5\ Pa; P_A = 10^5\ Pa; C_A = 1\ m/s; C_B = 2\ m/s; J_{A-B} = 0; z_B - z_A = 0$ (conduite horizontale)

donc $W_{A-B} = \dfrac{(4-1)10^5}{10^3} + \dfrac{4-1}{2} + 0 + 0 = 301,5\ J/kg$

➢ La puissance de la pompe :

$\mathbf{P}_{\mathbf{pompe}} = W_{AB} \cdot q_m = W_{AB} \cdot \rho \cdot q_v = 301,5 \cdot 2,6 = 783,9\ Watts$

App2-

1- Le débit volume de la pompe est une donnée du problème : q_v = 7,2 m^3/h soit q_v = 2.10^{-3} m^3/s

Le débit masse : $q_m = \rho\, q_v = 10^3.2.10^{-3}$ soit q_m = 2 kg/s

2- On connaît l'expression du débit massique d'une conduite : $q_m = \rho\, SC$ soit la vitesse d'écoulement : $C = q_m/\rho\, S$

donc $C = \dfrac{2}{10^3.8.10^{-4}} = 2,5\, m/s$

3- La pompe qui a une puissance de 1kW échange un travail avec le fluide entre A et B : P = W_{A-B} . q_m

Le travail échangé par la pompe pour 1kg d'eau : $W_{A-B} = P/q_m = 10^3/2$ Soit W_{A-B} = 500 J/kg

4- Appliquons Bernoulli entre A et B : $W_{A-B} = \dfrac{P_B - P_A}{\rho} + \dfrac{C_B^2 - C_A^2}{2} + g(z_B - z_A)$

Avec : $z_A = z_B$; $C_A = 0$; C_B = 2,5 m/s ; $P_A = P_0 = 10^5$ Pa ; W_{A-B} = 500 J/kg

Il reste donc : $P_B = \rho(W_{A-B} - \dfrac{C_B^2}{2}) + P_A = 10^3(500 - \dfrac{(2,5)^2}{2}) + 10^5$ donc P_B = 596875 Pa

5- D'après l'équation de Bernoulli entre B et C sans machine: $\dfrac{P_C - P_B}{\rho} + \dfrac{C_C^2 - C_B^2}{2} + g(z_C - z_B) = 0$

Avec : C_C = 0 (la vitesse de l'eau à l'arrivée dans le réservoir s'annule) ;
$P_C = P_0 = 10^5$ Pa ; P_B = 596875 Pa ; C_B = 2,5 m/s ; $z_C - z_B = h$

Il reste donc : $h = \dfrac{1}{g}\left[\dfrac{C_B^2}{2} - \dfrac{P_C - P_B}{\rho}\right] = \dfrac{1}{10}\left[\dfrac{(2,5)^2}{2} - \dfrac{10^5 - 596875}{10^3}\right]$ Soit : $h = z_C - z_B$ = 50 m

Remarque :

Si, au cours de l'étude, un élève repère ce qui lui semble être une erreur ou fautes de frappe, il le signale au professeur de la matière !!!

ACHEMINEMENT DE L'HYDROCARBURE

App3-

1°) Vitesse du fluide dans la conduite : $V = \dfrac{Q_v}{S} = \dfrac{4 \cdot Q_v}{\pi \cdot d^2} = \dfrac{4 \cdot 0,03}{\pi \cdot 0,15^2} = 1,69\, m/s$

2°) Le type de l'écoulement : $\Re_e = \dfrac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu} = \dfrac{0,9 \cdot 10^3 \cdot 1,69 \cdot 0,15}{0,3} = 760,5 \leq 2300$; L'écoulement est laminaire.

3°) Les pertes de charges régulières : $J_r = \lambda \dfrac{V^2 \cdot L}{2d} = \dfrac{64}{\Re_e} \cdot \dfrac{V^2 \cdot L}{2d} = \dfrac{64 \cdot 1,69^2 \cdot 20000}{760,5 \cdot 2 \cdot 0,15} = 16023,70\, J/kg$

4°) Les pertes de charges singulières :

▹ Raccords au nombre de $n = \dfrac{20000}{5} = 4000\, raccords$: donc $J_{sR} = \varepsilon_R \cdot \dfrac{V^2}{2} \cdot n = 10^{-3} \cdot \dfrac{1,69^2}{2} \cdot 4000 = 5,712\, J/kg$

▹ Vannes au nombre de n' = 5 : donc $J_{sV} = \varepsilon_V \cdot \dfrac{V^2}{2} \cdot n' = 0,1 \cdot \dfrac{1,69^2}{2} \cdot 5 = 0,714\, J/kg$

▹ Coudes au nombre de n'' = 30 : donc $J_{sC} = \varepsilon_C \cdot \dfrac{V^2}{2} \cdot n'' = \left[0,13 + 1,85\left(\dfrac{0,15}{2 \cdot 0,4}\right)^{3,5}\right] \cdot \dfrac{90}{180} \cdot 1,69^2 \cdot 30 = 5,795 J/kg$

Alors : $J_s = J_{sR} + J_{sV} + J_{sC} = 5,712 + 0,714 + 5,795 = 12,221\, J/kg$

5°) ▹ La pression de pompage avec les pertes de charges :

Bernoulli généralisé entre A et C sans machine : $\dfrac{P_C - P_A}{\rho} + \dfrac{V_C^2 - V_A^2}{2} + g(z_C - z_A) + J_{A-C} = 0$

avec : $P_A = ?; P_C = 0; \rho = 0,9 \cdot 10^3\, kg/m^3; g = 10 m/s^2; z_C - z_A = 30m; V_A = V_C; J_{A-C} = J_r + J_s$

soit : $P_A = P_C + \rho\left[g(z_C - z_A) + J_{A-C}\right]$

donc : $P_A = 900 \cdot \left[(10 \cdot 30) + (16023,70 + 12,221)\right] = 14702328,9\, Pa = 147,023\, bars$

▹ La pression de pompage sans les pertes de charges : $P_A = 270000\, Pa = 2,7\, bars$

6°) Énergie massique de pompage et la puissance mécanique :

▹ Énergie massique de pompage : Bernoulli entre O et A avec machine : $W_{O-A} = \dfrac{P_A - P_O}{\rho} + \dfrac{V_A^2 - V_O^2}{2} + g(z_A - z_O)$

avec : $V_O = 0; V_A = 1.69\, m/s; P_O = 0; P_A = 147,023\, bar; z_O = z_A = 0; \rho = 0,9 \cdot 10^3\, kg/m^3$

donc : $W_{O-A} = \dfrac{147,023 \cdot 10^5}{900} + \dfrac{1.69^2}{2} + 0 = 16337,316\, J/kg$

▹ Puissance hydraulique : $\mathcal{P} = W_{O-A} \cdot \rho \cdot Q_v = 16337,316 \cdot 900 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 441107,532\, watts = 441,107\, kW$

▹ Puissance mécanique : $\mathcal{P}_{méc} = \dfrac{\mathcal{P}_{Hy}}{\eta} = \dfrac{441107,532}{0,50465} = 874086,063\, Watts = 874,086 kW$

Cette étude montre qu'il faut prévoir plusieurs stations de pompage pour acheminer l'hydrocarbure sur cette distance.

App4-

1- Le diamètre des conduites d'aspiration et de refoulement $d = \sqrt{\dfrac{4S}{\pi}} = \sqrt{\dfrac{4 \cdot \dfrac{q_v}{C}}{\pi}} = \sqrt{\dfrac{4 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 1,5}} = 0,0618\, m = 61,81\, mm$

2- Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$\Re e = C \cdot \dfrac{d}{\upsilon} = 1,5 \cdot 61,81 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 = 92715 \leq 10^5$ L'écoulement turbulent lisse

3- Les pertes de charges régulières : $J_{1-2} = J_r = \lambda \dfrac{C^2 \cdot L}{2d} = \dfrac{0,316}{\Re_e^{0,25}} \cdot \dfrac{C^2 \cdot L}{2d} = \dfrac{0,316 \cdot 1,5^2 \cdot 5}{92715^{0,25} \cdot 2 \cdot 0,06181} = 1,64\, J/kg$

4- La pression P_2 à l'entrée de la pompe : Bernoulli entre 1 et 2 sans machine :

$$\frac{P_2-P_1}{\rho}+\frac{C_2^2-C_1^2}{2}+g\left(z_2-z_1\right)+J_{1-2}=0$$

avec $P_1=10^5\ Pa; C_1=0; C_2=1{,}5\ m/s; z_2-z_1=5\ m$

donc $P_2=P_1-\rho\left[\frac{C_2^2-C_1^2}{2}+g\left(z_2-z_1\right)+J_{1-2}\right]=10^5-10^3\left[\frac{1{,}5^2}{2}+9{,}81\cdot 5+1{,}64\right]=48185\ Pa=0{,}48\ bars$

et $0{,}48\ bars>0{,}4\ bars$ donc il n'y a pas, en principe, risque de cavitation.

5- La puissance nette de la pompe : Bernoulli entre 2 et 3 avec machine :

$$W_{2-3}=\frac{P_3-P_2}{\rho}+\frac{C_3^2-C_2^2}{2}+g\left(z_3-z_2\right)+J_{2-3}$$

avec $P_3=P_0=10^5\ Pa; P_2=48185\ Pa; C_2=C_3=1{,}5\ m/s; z_3-z_2=0; J_{2-3}=0{,}15\ J/kg$

$$W_{2-3}=\frac{10^5-48185}{10^3}+0+0+0{,}15=51{,}965\ J/kg$$

d'où $\mathbf{P_{nette}}=W_{23}\cdot q_m=W_{23}\cdot\rho\cdot q_v=51{,}965\cdot 10^3\cdot 4{,}5\cdot 10^{-3}=233{,}8425\ Watts$

6- la puissance absorbée par la pompe : $\mathscr{P}_a=\frac{\mathscr{P}_n}{\eta}=\frac{233{,}8425}{0{,}94}=248{,}768\ watts$

App5-

1- La vitesse du fluide dans la canalisation : $C=\frac{q_v}{S}=\frac{4q_v}{\pi\cdot d^2}=\frac{4\cdot 30\cdot 10^{-3}}{3{,}14\cdot 0{,}1^2}=3{,}821\ m/s$

Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$\Re e=C\cdot\frac{d}{\upsilon}=3{,}821\frac{0{,}1}{10^{-6}}=38{,}21\cdot 10^5\geq 10^5$ L'écoulement turbulent rugueux.

2- La puissance minimale de la pompe : Bernoulli entre 0 et 3 avec machine :

$$W_{0-3}=\frac{P_3-P_0}{\rho}+\frac{C_3^2-C_0^2}{2}+g\left(z_3-z_0\right)+J_{0-3}$$ avec :

$P_3=P_0=10^5\ Pa; z_3-z_0=40\ m; \Delta z=J_{0-3}=0{,}1\cdot 40=4\ m; C_3=C_0=0$ (fluide immobile hors du conduite)

$W_{0-3}=0+0+9{,}81\cdot 40+9{,}81\cdot 4=431{,}64\ J/kg$

d'où $\mathbf{P_{min}}=W_{03}\cdot q_m=W_{03}\cdot\rho\cdot q_v=431{,}64\cdot 10^3\cdot 30\cdot 10^{-3}=12949{,}2\ Watts$

3- Les pressions à l'entrée et à la sortie de la pompe :

- Pressions à l'entrée de la pompe : Bernoulli entre 0 et 1 sans machine :

$$\frac{P_1-P_0}{\rho}+\frac{C_1^2-C_0^2}{2}+g\left(z_1-z_0\right)+J_{01}=0$$

avec $P_0=10^5\ Pa; C_0=0; C_1=3{,}821\ m/s; z_1-z_0=2\ m; \Delta z=0{,}1\cdot 2=0{,}2\ m$; donc :

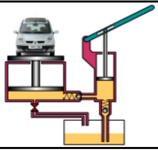
$$P_1=P_0-\rho\left[\frac{C_1^2}{2}+g\left(z_1-z_0\right)+J_{01}\right]=10^5-10^3\left[\frac{3{,}821^2}{2}+9{,}81\cdot 2+9{,}81\cdot 0{,}2\right]=71117{,}9795\ Pa=0{,}71\ bars$$

- Pressions à la sortie de la pompe : Bernoulli entre 2 et 3 sans machine :

$$\frac{P_3-P_2}{\rho}+\frac{C_3^2-C_2^2}{2}+g\left(z_3-z_2\right)+J_{23}=0$$

avec $P_3=10^5\ Pa; C_3=0; C_2=3{,}821\ m/s; z_1-z_0=38\ m; \Delta z=0{,}1\cdot 38=3{,}8\ m$; donc :

$$P_2=P_3+\rho\left[\frac{-C_2^2}{2}+g\left(z_3-z_2\right)+J_{23}\right]=10^5+10^3\left[\frac{-3{,}821^2}{2}+9{,}81\left(38+3{,}8\right)\right]=502757{,}9795\ Pa=5{,}027\ bars$$

App6-

1- La perte de charge linéaire entre les sections extrêmes 1 et 2 de la conduite : Bernoulli entre 1et 2 sans machine :

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0$$

avec $P_1 = 5{,}4 \cdot 10^5\ Pa; P_2 = 1{,}2 \cdot 10^5\ Pa; C_2 = C_1; z_2 - z_1 = 40\ m;$;

Alors : $J_{1-2} = -\frac{P_2 - P_1}{\rho} - 0 - g(z_2 - z_1) = -10^5 \frac{1{,}2 - 5{,}4}{1000} - 10 \cdot 40 = 20\ J / kg$

- En hauteur d'eau : $\Delta z = \frac{J_{1-2}}{g} = \frac{20}{10} = 2\ m$
- En variation de pression : $\Delta P = \rho \cdot J_{1-2} = 10^3 \cdot 20 = 0{,}2\ Pa$

2- Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$\Re e = C \cdot \frac{d}{\upsilon} = 5 \cdot \frac{0{,}12}{10^{-6}} = 6 \cdot 10^5 \geq 10^5$ L'écoulement turbulent rugueux.

3- Le coefficient de perte de charge linéaire " λ "dans la conduite : $|J_{1-2}| = \lambda \cdot \frac{C^2 \cdot L}{2 \cdot d}$ alors

$$\lambda = \frac{2 \cdot d \cdot |J_{1-2}|}{C^2 \cdot L} = \frac{2 \cdot 0{,}12 \cdot 20}{25 \cdot 40} = 0{,}0048$$

4- Le travail échangé entre la pompe et un kilogramme d'eau qui la traverse : Bernoulli entre 0 et 1 avec machine :

$$W_{0-1} = \frac{P_1 - P_0}{\rho} + \frac{C_1^2 - C_0^2}{2} + g(z_1 - z_0) + J_{0-1}$$

avec : $P_1 = 4{,}5 \cdot 10^5\ Pa; P_0 = 10^5\ Pa; z_1 = z_0; C_1 = 5\ m/s; C_0 = 0$ (fluide immobile hors du conduite)

$$W_{0-1} = \frac{5{,}4 - 1}{1000} \cdot 10^5 + \frac{25}{2} + 0 = 452{,}5\ J / kg$$

5- ➢ Le débit volumique de la pompe : $q_v = C_1 S_1 = 5 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{0{,}12^2}{4} = 0{,}05652\ m^3 / s$

➢ Le débit massique de la pompe : $q_m = \rho \cdot q_v = 10^3 \cdot 0{,}05652 = 56{,}52\ kg / s$

6- La puissance absorbée : $\mathscr{P}_a = \frac{\mathscr{P}_u}{\eta} = \frac{W_{01} \cdot q_m}{\eta} = \frac{452{,}5 \cdot 56{,}52}{0{,}85} = 30088{,}58\ Watts = 30\ KW$

App7-

1- Le débit volumique de la pompe : $q_v = C_1 S = 1 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 25 \cdot 10^{-4}\ m^3 / s$

2- La perte de charge totale exprimée en hauteur d'eau : $\mathbf{P}\ / q_m = W_{0-1} = \frac{P_1 - P_0}{\rho} + \frac{C_1^2 - C_0^2}{2} + g(z_1 - z_0) + J_{0-1}$

$$\Delta z = \frac{J_{0-1}}{g} = \frac{W_{0-1}}{g} - \frac{P_1 - P_0}{\rho} - \frac{C_1^2 - C_0^2}{2} - g(z_1 - z_0) = \frac{1000}{25 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 10} - 0 - \frac{1}{2 \cdot 10} - 25 = 14{,}95\ m$$

3- Le rendement de l'installation : $\eta = \frac{\mathscr{P}_u}{\mathscr{P}_a} = \frac{1000}{1053} = 0{,}949$

App8-

1- La célérité C_3 dans la conduite en (m/s) : $C_3 = C \cdot \frac{S}{S_3} = 0,06 \cdot \left(\frac{50}{10}\right)^2 = 1,5\ m/s$

2- ➢ Le débit volumique :

$$q_v = C \cdot S = 0,06 \cdot \frac{3,14 \cdot 50^2 \cdot 10^{-6}}{4} = 117,75 \cdot 10^{-6}\ m^3/s$$

➢ Le débit massique :

$$q_m = \rho \cdot q_v = 850 \cdot 117,75 \cdot 10^{-6} = 0,1\ kg/s$$

3- La pression P_3 d'alimentation du vérin en (pascal) : $P_3 = \frac{F_1}{S} = \frac{4 \cdot 35 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 50^2 \cdot 10^{-6}} = 17834394,904\ N/m^2$

4- Le travail W_{1-2} fourni par la pompe en (J/kg) : $W_{1-2} = \mathbf{P}\ /q_m = \frac{2,5 \cdot 10^3}{0,1} = 25 \cdot 10^3\ J/kg$

5- La pression de refoulement de la pompe P_2 : $z_2 = z_3$ surface isobare implique : $P_2 = P_3 = 17834394,904\ N/m^2$

6- Les pertes de charge J_{1-2} en (J/kg) : $J_{1-2} = W_{1-2} - \frac{P_2 - P_1}{\rho} - \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} - g(z_2 - z_1)$

$$J_{1-2} = 25 \cdot 10^3 - \frac{17834394,904 - 10^5}{850} - \frac{1,5^2}{2} - 10 \cdot 0,5 = 4129,88\ J/kg$$

7- Le rendement de l'installation : $\eta = \frac{\mathcal{P}_u}{\mathcal{P}_a} = \frac{q_m(W_{1-2} - J_{1-2})}{q_m W_{1-2}} = 1 - \frac{J_{1-2}}{W_{1-2}} = 1 - \frac{4129,88}{25000} = 0,834$

App9-

1- La pression P_v dans le vérin : $P_v = \frac{F}{S} = \frac{4 \cdot 100}{3,14 \cdot 0,12^2} = 8846,426\ N/m^2$

2- Le débit volumique de la pompe : $q_v = C \cdot S = 0,2 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,12^2}{4} = 2,2608 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$

3- La célérité $C_{2\text{-}3}$ de l'huile dans la conduite 3-4 : $C_{2-3} = \frac{q_v}{S_{int}} = \frac{2,2608 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{3,14 \cdot 0,0216^2} = 6,1728\ m/s$

4- Type de l'écoulement : $\Re e = C \cdot \frac{d}{\upsilon} = 6,1728 \cdot \frac{0,0216}{0,25 \cdot 10^{-6}} = 5,333 \cdot 10^5 \geq 10^5$ L'écoulement turbulent rugueux.

5- La pression à la sortie de la pompe : $\frac{P_4 - P_3}{\rho} + \frac{C_4^2 - C_3^2}{2} + g(z_4 - z_3) + J_{34} = 0$

$$P_3 = P_4 + \rho\left[\frac{C_4^2 - C_3^2}{2} + g(z_4 - z_3) + J_{34}\right] = 8846,426 + 850[0 + 0 + 112] = 104046,426\ Pa$$

6- La pression à l'entrée de la pompe : $\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0$

$$P_2 = P_1 - \rho\left[\frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{12}\right] = 10^5 - 850\left[\frac{6,1728^2 - 0}{2} + 10 \cdot 2 + 0,2\right] = 66636,0295\ Pa$$

7- La puissance de la pompe : $\mathbf{P}_{\mathbf{nette}} = W_{23} \cdot q_m = W_{23} \cdot \rho \cdot q_v = \left[\frac{P_3 - P_2}{\rho} + \frac{C_3^2 - C_2^2}{2} + g(z_3 - z_2) + J_{23}\right]\rho \cdot q_v$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{nette}} = \left[\frac{10^6 - 66636,0295}{850} + 0 + 0 + 0\right]850 \cdot 2,2608 \cdot 10^{-3} = 2110,1492\ Watts$$

8- La puissance du moteur : on a le rendement : $\eta = \frac{\mathcal{P}_{Hyd}}{\mathcal{P}_{méc}}$ donc : $\mathcal{P}_{méc} = \frac{\mathcal{P}_{Hyd}}{\eta} = \frac{2110,1492}{0,82} = 2573,3526\ Watts$

App10-

1- La vitesse d'écoulement du fluide dans la tuyautrie : $C_T = C_{cy} \cdot \dfrac{S_{cy}}{S_T} = 0,15 \cdot \left(\dfrac{80}{10}\right)^2 = 9,6\ m/s$

2- Le débit volumique de la pompe en ℓ/s : $q_v = C_{cy} \cdot S_{cy} = 0,15 \cdot \dfrac{3,14 \cdot 0,080^2}{4} = 74,4 \cdot 10^{-5}\ m^3/s = 74,4 \cdot 10^{-2}\ l/s$

3- L'équation de Bernoulli entre B et C : $\dfrac{P_C - P_B}{\rho} + \dfrac{C_C^2 - C_B^2}{2} + g(z_C - z_B) = 0$

La pression en B : $P_B = P_C + \rho\left[\dfrac{C_C^2 - C_B^2}{2} + g(z_C - z_B)\right] = 5 \cdot 10^3 + 800[0 + 10 \cdot 2] = 21000\ Pa$

App11-

1- ➤ La vitesse de l'eau, en 1 :

$$V_1 = \frac{q_v}{S_1} = \frac{4 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,15^2} = 0,849\ m/s$$

➤ La vitesse de l'eau, en 2 :

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{S_1}{S_2} = 0,849 \cdot \left(\frac{150}{100}\right)^2 = 1,910\ m/s$$

2- Le travail fourni par la pompe à 1 kg d'eau qui la traverse : $W_{1-2} = \dfrac{P_2 - P_1}{\rho} + \dfrac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$

$$W_{1-2} = \frac{9,8 \cdot 10^3}{10^3} + \frac{1,910^2 - 0,849^2}{2} + 0 = 11 \cdot 263\ J/kg$$

3- La puissance nette et la puissance absorbée : $\mathbf{P}_{\text{nette}} = W_{12} \cdot q_m = W_{12} \cdot \rho \cdot q_v = 11,263 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-3} = 168,945\ Watts$

4- ➤ Le travail échangé : $W_{1-2} = 11,263 - 2,74 = 8,523\ J/kg$

➤ La puissance absorbée : $\mathbf{P}_{\text{nette}} = 8,523 \cdot 15 = 127,845\ Watts$ donc $\mathbf{P}_{\text{absorbée}} = \dfrac{127,845}{0,7} = 182,635\ Watts$

App12-

1- L'énergie utile sur l'installation de turbinage :

L'énergie disponible sur l'installation de turbinage : Bernoulli entre 1et 4 avec machine et sans perte de charge :

$W_{14} = \dfrac{P_4 - P_1}{\rho} + \dfrac{C_4^2 - C_1^2}{2} + g(z_4 - z_1) = g(z_4 - z_1) = 9,81(-420) = -4120,2\ J/kg$ car $P_1 = P_2; C_2 = C_1$

Alors : $J_{1-4} = \dfrac{4120,2}{7} = 588,6\ J/kg$

donc l'installation de turbinage dispose d'une énergie utile : $W_{1-4u} = 4120,2 - 588,6 = 3531,6\ J/kg$

2- Le nombre de conduites en parallèle pour un écoulement laminaire : Il faut que $\Re e = C \cdot \dfrac{d}{\upsilon} = \dfrac{4 \cdot q_v}{\pi \cdot d \cdot \upsilon} \leq 2300$

On connait la puissance de l'installation : $\mathbf{P} = W_{1-4u} \cdot q_m$

$$\Rightarrow q_m = \frac{\mathcal{P}}{W_{1-4u}} = \frac{10^9}{3531,6} = 283157,77\ kg/s = 2,83 \cdot 10^5\ kg/s$$

L'ensemble de " n " conduites doit avoir un débit volumique : $q_v' = n \cdot q_v = 283\ m^3/s$

L'écoulement laminaire nécessite: $\dfrac{4 \cdot q_v}{\pi \cdot d \cdot \upsilon} = \dfrac{4 \cdot q_v'}{\pi \cdot d \cdot n \cdot \upsilon} \leq 2300$; $n \geq \dfrac{4 \cdot q_v'}{\pi \cdot d \cdot 2300 \cdot \upsilon} = \dfrac{4 \cdot 283}{3,14 \cdot 3 \cdot 2300 \cdot 10^{-6}} = 52247,76$

donc $n_{mini} = 52248\ canales$

3- La pression à l'entrée des turbines : Bernoulli entre 1et 3 sans machine : $0 = \dfrac{P_3 - P_1}{\rho} + \dfrac{C_3^2 - C_1^2}{2} + g(z_3 - z_1) + J_{1-3}$

avec : $P_1 = 10^5\ Pa; z_3 - z_1 = -420\ m; C_3 = \dfrac{q_v}{3} \cdot \dfrac{1}{S} = \dfrac{283}{3} \cdot \dfrac{1}{3,14 \cdot 1,5^2} = 13,352\ m/s; C_1 = 0$ donc :

$$P_3 = P_1 - \rho\left[\frac{C_3^2 - C_1^2}{2} + g(z_3 - z_1) + J_{13}\right] = 10^5 - 10^3\left[\frac{13,352^2 - 0}{2} + 9,81 \cdot (-420) + 588,6\right] = 3624924\ Pa = 36,24\ bars$$

App13-

1.a- La vitesse de l'eau à la sortie de la tuyère : Bernoulli entre 1et 2 sans machine : $\frac{P_2-P_1}{\rho}+\frac{C_2^2-C_1^2}{2}+g(z_2-z_1)=0$

avec $P_1=P_2; z_2-z_1=-500\ m; C_1=0;$; Alors : $C_2=\sqrt{-2g(z_2-z_1)}=\sqrt{-2\cdot 10\cdot(-500)}=100\ m/s$

1.b- Le débit volume : $q_v=C\cdot S=100\cdot\frac{3{,}14\cdot 0{,}04^2}{4}=0{,}1256\ m^3/s$

1.c- La vitesse de l'eau dans la conduite : $C_1'=C_2\frac{S_2}{S_1}=\frac{q_v}{S_1}=\frac{0{,}1256\cdot 4}{3{,}14\cdot 0{,}2^2}=4\ m/s$

2.a- Le nombre de Reynolds : $\Re e=C\cdot\frac{d}{\upsilon}=3{,}6\cdot\frac{0{,}2}{10^{-6}}=7{,}2\cdot 10^5\geq 10^5$ L'écoulement turbulent rugueux.

2.b- La perte de charge : $J=\lambda\cdot\frac{C^2\cdot L}{2\cdot D}=0{,}79\sqrt{\frac{0{,}15}{200}}\cdot\frac{3{,}6^2\cdot 10^3}{2\cdot 0{,}2}=700{,}975\ J/kg$

2.c- La vitesse de l'eau à la sortie de la tuyère : Bernoulli entre 1et 2 sans machine :

$\frac{P_2-P_1}{\rho}+\frac{C_2^2-C_1^2}{2}+g(z_2-z_1)+J_{1-2}=0$ avec $P_1=P_2; z_2-z_1=-500\ m; C_1=0; J_{1-2}=700{,}975\ J/kg$;

Alors : $C_2=\sqrt{2\left[-g(z_2-z_1)-J_{1-2}\right]}=\sqrt{2[5000-700{,}975]}=92{,}725\ m/s$

et $q_m=\rho\cdot q_v=\rho\cdot S_2\cdot C_2=10^3\cdot\frac{3{,}14\cdot 0{,}04^2}{4}\cdot 92{,}725=116{,}462\ kg/s$

2.d- La puissance de la turbine : $\mathbf{P}=W_{13}\cdot q_m$ avec $W_{1-3}=\frac{P_3-P_1}{\rho}+\frac{C_3^2-C_1^2}{2}+g(z_3-z_1)+J_{1-3}$

et $P_1=P_3; z_2-z_1=-800\ m; C_1=C_3; J_{1-2}=700{,}975\ J/kg$ d'où $W_{1-3}=10\cdot(-800)+700{,}975=-7299{,}025\ J/kg$

Donc $\mathbf{P}=116{,}462\cdot|-7299{,}025|=850059{,}04955\ Watts=850{,}059\ KW$

App14-

1- ➢ Le débit volumique de la turbine : $q_v=V_3\cdot S_3=1{,}8\cdot 30=54\ m^3/s$

➢ Le débit massique : $q_m=\rho\cdot q_v=54\cdot 10^3\ kg/s$

➢ La vitesse de l'eau à l'entrée du diffuseur : $V_2=V_3\cdot\frac{S_3}{S_2}=1{,}8\cdot\frac{30}{15}=3{,}6\ m$

2- ➢La pression P_2 à l'entrée du diffuseur : Bernoulli entre 2 et 3 sans machine : $0=\frac{P_3-P_2}{\rho}+\frac{V_3^2-V_2^2}{2}+g(z_3-z_2)$

avec : $P_3=10^5\ Pa; z_3-z_2=-4\ m; V_3=1{,}8\ m/s; V_2=3{,}6\ m/s$

donc : $P_2=P_3+\rho\left[\frac{V_3^2-V_2^2}{2}+g(z_3-z_2)\right]=10^5+10^3\left[\frac{1{,}8^2-3{,}6^2}{2}+10\cdot(-4)\right]=55140\ Pa=0{,}5514\ bars$

➢ Comparaison à la pression atmosphérique : $P_2<P_0$ on peut admettre que le difeseur permet une certaine aspiration de l'eau à travers la turbine ; en fait il permet de récupérer une partie de l'énergie que l'eau possède encore à la sortie de la roue.

➢ Interprétation : le diffuseur est quelquefois appelé aspirateur.

3- ➢ Théorème de Bernoulli pour une turbine avec diffuseur : $W_{1-3}=W_{1-2}+W_{2-3}=W_{1-2}=\frac{P_3-P_1}{\rho}+\frac{V_3^2-V_1^2}{2}+g(z_3-z_1)$

4- ➢ Théorème de Bernoulli pour une turbine sans diffuseur entre 1 et 2 : $W_{1-2}'=\frac{P_2-P_1}{\rho}+\frac{V_2^2-V_1^2}{2}+g(z_2-z_1)$

5- Le gain de puissance dû au diffuseur :

$$\Delta\mathcal{P}=\left(|W_{1-2}|-|W'_{1-2}|\right)\cdot q_m=\left(\left|\frac{P_3-P_1}{\rho}+\frac{V_3^2-V_1^2}{2}+g(z_3-z_1)\right|-\left|\frac{P_2-P_1}{\rho}+\frac{V_2^2-V_1^2}{2}+g(z_2-z_1)\right|\right)\cdot q_m$$

$\Delta\mathcal{P}=2422440\ Watts=2422{,}44\ KW$

App15-

1- Pf - Ps = $\rho_{huile}.g.h$ = 860.10.0,40 = 0,03440.10^5 < 10^5 ; c.à.d ; Pf - Ps ≈ 0

2.a- Le nombre de Reynolds : $\Re e = C\cdot\dfrac{d}{\upsilon} = 5\cdot\dfrac{0,02}{20\cdot10^{-6}} = 0,05000\cdot10^5 \leq 10^5$

2.b- L'écoulement turbulent lisse.

3.a- L'équation générale de Bernoulli entre 1 et 2 : $W_{12} = \dfrac{P_2 - P_1}{\rho} + \dfrac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2}$

3.b- La valeur des pertes de charges J_{1-2} entre 1 et 2 :

$$J_{1-2} = W_{12} - \frac{P_2 - P_1}{\rho} - \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} - g(z_2 - z_1) = 400 - \frac{4-1}{860}\cdot10^5 - \frac{64-16}{2} - 10\cdot1,2 = 15,162\ J/kg$$

3.c- La puissance absorbée par la pompe : $\mathbf{P_a} = (W_{1-2} + J_{1-2})\rho\cdot q_v = (400 + 15,162)860\cdot\dfrac{9\cdot10^{-3}}{60} = 53,55\ Watts$

App16-

1-Fréquence de rotation N :

débit $q_{v\,(utile)}$ = 26 - 2 = 24 ℓ /min. Donc : $N(tr/min) = \dfrac{q_{v(utile)}(cm^3/min)}{Cy(cm^3/tr)} = \dfrac{24\cdot10^3}{80} = 300\ tr/min$

2.- Puissance utile du moteur : $\mathcal{P}_u = P\cdot q_v\cdot\eta = 100\cdot10^5\cdot\dfrac{24\cdot10^{-3}}{60}\cdot0,85 = 3400\ Watts$

3- Moment du couple : on a $\mathcal{P}_u = \mathfrak{M}_c\cdot\omega = \mathfrak{M}_c\cdot\dfrac{2\pi N}{60}$ Donc : $\mathfrak{M}_c = \dfrac{60\cdot\mathcal{P}_u}{2\pi N} = \dfrac{60\cdot3400}{2\cdot3,14\cdot300} = 108,28\ Nm$

4.a- On fera varier la fréquence de rotation en faisant varier le débit.
4.b- On fera varier le moment du couple en faisant varier la pression.

5- Vitesse de montée de la charge : On a $\mathcal{P}_u$ = F.V Donc : $V = \dfrac{\mathcal{P}_u}{F} = \dfrac{3400}{10^4} = 0,34\ m/s = 34\ cm/s$

App17-

1- Moment du couple théorique $\mathfrak{M}_{c(théorique)}$: C'est le moment du couple utile $\mathfrak{M}_{c(utile)}$ divisé par le rendement en couple :

On a : $\eta_{(en\ couple)} = \dfrac{\mathfrak{M}_{c(utile)}}{\mathfrak{M}_{c(théorique)}}$ Soit $\mathfrak{M}_{c(théorique)} = \dfrac{\mathfrak{M}_{c(utile)}}{\eta_{(en\ couple)}} = \dfrac{201}{0,85} = 236,47\ Nm$

2- Le volume par tour du moteur (cylindrée) : Formule du moment du couple utile d'un moteur hydraulique

On a $\mathcal{P} = P\cdot q_v = \mathfrak{M}_{c(théorique)}\cdot\omega$ et $q_v = Cy\cdot\dfrac{N}{60}$ Soit $Cy = \dfrac{60\cdot\mathfrak{M}_{c(théorique)}\cdot\omega}{P\cdot N} = \dfrac{60\cdot\mathfrak{M}_{c(théorique)}\cdot2\pi\cdot N}{P\cdot N\cdot60}$

Donc $Cy = \dfrac{2\pi\cdot\mathfrak{M}_{c(théorique)}}{P} = \dfrac{2\cdot3,14\cdot236,47}{110\cdot10^5} = 1,35\cdot10^{-4}\ m^3 = 0,135\ dm^3$

3- Débit utilisé dans le moteur : $q_{v(moteur)} = Cy\cdot\dfrac{N}{60} = 1,35\cdot10^{-4}\dfrac{80}{60} = 0,18\cdot10^{-3}\ m^3/s = 10,8\ litres/min$

Et le débit à choisir pour la pompe : $q_{v(pompe)} = \dfrac{q_{v(moteur)}}{\eta_{(volumitrique)}} = \dfrac{10,8}{0,90} = 12\ litres/min$

On remarque que le moteur a un débit de fuite de 12 - 10,8 = 1,2 ℓ /min.

4- Puissance disponible sur l'arbre : $\mathcal{P}_u = \mathfrak{M}_{c(utile)}\cdot\omega = \dfrac{\mathfrak{M}_{c(utile)}\cdot2\pi\cdot N}{60} = \dfrac{201\cdot2\cdot3,14\cdot80}{60} = 1683,04\ Watts$

5- Puissance reçue (puissance dépensée) : $\mathcal{P} = P\cdot q_v = 110\cdot10^5\cdot\dfrac{12\cdot10^{-3}}{60} = 2200\ Watts$

6- Rendement global : $\eta_g = \dfrac{Puissance\ utile}{Puissance\ dépensée} = \dfrac{1683,04}{2200} = 0,76$

7- La vitesse de l'huile dans la tuyauterie : $C = \dfrac{q_{v(pompe)}}{S} = \dfrac{4\cdot q_{v(pompe)}}{\pi\cdot d_{int}^2} = \dfrac{4\cdot12\cdot10^{-3}}{3,14\cdot0,008^2\cdot60} = 3,98\ m/s$

App18-

La pression réelle disponible est la différence de pression entre celle d'amont et celle d'aval soit 80 - 5 = 75 bars

$$\mathfrak{M}_{c(utile)} = \frac{P \cdot Cy}{2\pi} \cdot \eta_m = \frac{75 \cdot 10^5 \cdot 600 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 3{,}14} \cdot 0{,}9 = 644{,}904\ Nm$$

App19-

1- Le débit fourni par la pompe (donc admis dans le moteur) :

$$q_{v(\,pompe\,)} = \frac{q_{v(\,moteur\,)}}{\eta_{(\,volumitrique\,)}} = \frac{Cy \cdot \frac{N}{60}}{\eta_{(\,volumitrique\,)}} = \frac{400 \cdot 10^{-6} \cdot 60}{0{,}9 \cdot 60} = 0{,}444 \cdot 10^{-3}\ m^3 / s = 26{,}666\ litres / min$$

2- Le moment du couple sur l'arbre : $\mathfrak{M}_{c(utile)} = \frac{\Delta P \cdot Cy}{2\pi} \cdot \eta_m = \frac{(150-20) \cdot 10^5 \cdot 400 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 3{,}14} \cdot 0{,}85 = 703{,}821\ Nm$

3- La puissance sur l'arbre : $\mathcal{P}_u = \mathfrak{M}_{c(utile)} \cdot \omega = \frac{\mathfrak{M}_{c(utile)} \cdot 2\pi \cdot N}{60} = \frac{703{,}821 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 60}{60} = 4419{,}995\ Watts$

4- La puissance hydraulique fournie par la pompe : $\mathcal{P} = P \cdot q_{v(\,pompe\,)} = 150 \cdot 10^5 \cdot 0{,}444 \cdot 10^{-3} = 6660\ Watts$

5- Le rendement du moteur : $\eta_{moteur} = \frac{\mathcal{P}_{(\,utile\,)}}{\mathcal{P}_{(\,théorique\,)}} = \frac{4419{,}995}{6660} = 0{,}66$

App20-

1- La fréquence de rotation en tr/min : $q_v = Cy \cdot \frac{N}{60}$ donc : $N = \frac{60 \cdot q_v}{Cy} = \frac{60 \cdot 90 \cdot 10^{-3}}{150 \cdot 10^{-6} \cdot 60} = 600\ tr / min$

2- La puissance qu'il reçoit en KW : $\mathcal{P} = P \cdot q_v = 130 \cdot 10^5 \cdot \frac{90 \cdot 10^{-3}}{60} = 19500\ Watts$

3- Son rendement sachant que la puissance mécanique (puissance utile) est de 17,5 KW : $\eta = \frac{17500}{19500} = 0{,}89$

Remarque :

Si, au cours de l'étude, un élève repère ce qui lui semble être une erreur ou fautes de frappe, il le signale au professeur de la matière !!!